ARITHMETIC PROGRESSION

(CLASSNOTES)

ADITYA RANJAN SIR

2, 4, 6, 8, 10 - - —

50, 47, 44, 41 -

$a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4$

$2, 5, 8, 11, 14 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a_n$

$a \rightarrow$ first term

$d \rightarrow a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = d$

$a_n \rightarrow n^{th}$ term | last term.

$a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots \ldots a+(n-1)d$

$T_1 \quad T_2 \quad T_3 \quad T_4 \quad \ldots \quad T_n$

* $2, \textcircled{5}, 8, 11, 14 \ldots$

$a = 2$

$d = 5 - 2 = 3$

* $a_2 = a + (n-1)d$
$= 2 + 1 \times 3$
$= 2 + 3$
$= 5$

$a_3 = a + 2d$
$= 2 + 2 \times 3$
$= 8$

$a_4 = a + 3d$
$= 2 + 3 \times 3$
$= 11$

* $2, 5, 8, 11, 14, \ldots$

$a = 2$ ✓

$d = 5 - 2 = 3$ ✓

$S_n = \frac{n}{2}[a + a_n]$ ✓

$= \frac{n}{2}[a + a + (n-1)d]$

$= \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ ✓

$\therefore S_2 = \frac{n}{2}(a + l)$

$= \frac{2}{2}(2 + 5) = 7$

$S_4 = \frac{4}{2}(2 + 11)$

$= 26$

n^{th} Term of a Sequence /अनुक्रम का nवाँ पद

n^{th} term of s sequence is an expression in which if we put n = 1, we get 1st term,

if we put n = 2, we get 2nd term & so on

अनुक्रम का **n**वाँ पद एक ऐसी अभिव्यक्ति है जिसमें यदि हम **n** = 1 रखते हैं, तो हमें पहला पद प्राप्त होता है, यदि हम **n** = 2 रखते हैं, तो हमें दूसरा पद प्राप्त होता है इत्यादि

Note-01

For the sequence 2, 4, 6, 8, ...

क्रम 2, 4, 6, 8, ... के लिए

Observe for $a_n = 2n$

$a_n = 2n$ के लिए ध्यान दें

n = 1 gives 1st term, n = 2 gives 2nd term.

i.e., it's an expression for nth even number.

n = 1 पहला पद देता है, n = 2 दूसरा पद देता है।

अर्थात् यह n वीं सम संख्या का व्यंजक है।

Note-02

We all know odd numbers are given by 2n –1 or 2n + 1 , but do you realize that if I ask for n^{th} odd number then it would be just 2n – 1.

हम सभी जानते हैं कि विषम संख्याएं **2n –1 or 2n + 1** द्वारा व्यक्त की जाती हैं, लेकिन क्या आपको पता है कि यदि हम **n**वीं विषम संख्या की बात करे तो वह सिर्फ **2n – 1** होगी।

(Putting n = 1 should give first odd number n = 2 should give second odd number etc.)

(**n** = 1 रखने पर पहली विषम संख्या, **n** = 2 रखने पर दूसरी विषम संख्या आदि आनी चाहिए)

Arithmetic Progression / समान्तर श्रेणी

Sequence of the terms: a, a + d, a + 2d,.......+ a + (n – 1) d is called an A.P.

पदों का अनुक्रम: **a, a + d, a + 2d,.......+ a + (n – 1)d** को समान्तर श्रेणी कहा जाता है

n^{th}term / n वाँ पद **= a + (n – 1) d**

where a → 1^{st} term/पहला पद,

d → Common difference/सार्वन्तर

If sequence has n terms then, last term is also denoted by '*l*' sometimes.

यदि अनुक्रम में **d** पद हैं, तो अंतिम पद को कभी-कभी '*l*' द्वारा भी दर्शाया जाता है।

1. For which value of k; the series 2, 3 + k and 6 are in A.P.?

k के किस मान के लिए; श्रृंखला 2, 3 + k और 6 समान्तर श्रेणी में हैं?

(a) 4
(b) 3
(c) 1
(d) 2

2, 3+k, 6

$\frac{2+6}{2} = 3+k$

$\Rightarrow 4 = 3+k$

$\Rightarrow 1 = k$

$T_{20} = 101$

$a + 19d = 101$

$\Rightarrow 6 + 19d = 101$

$\Rightarrow 19d = 95$

$d = 5$

2. **Twentieth term of an A.P. is 101 and first term is 6. What will be the common difference?**

किसी समान्तर श्रेणी का बीसवां पद 101 है और पहला पद 6 है। सामान्य अंतर क्या होगा?

MP Excise Constable 23/02/2023 (Shift-03)

(a) 7
(b) 4
(c) 5
(d) 6

$n=25 \quad a_n=314 \quad d=12$

$a_n = a+(n-1)d$

$\Rightarrow 314 = a+24\times12$

$\Rightarrow 314-288 = a$

$\Rightarrow 26 = a$

3. What is the first term of an AP series having total 25 terms whose last term is 314 and the common difference is 12?

कुल 25 पदों वाली समान्तर श्रेणी का पहला पद क्या है जिसका अंतिम पद 314 है और सार्व अंतर 12 है?

MP Excise Constable 21/02/2023 (Shift-03)

(a) 28
(b) 26
(c) 24
(d) 24

4. If 5^{th} term of an arithmetic progression (AP) series is 16 and 9^{th} term is 22, then find the seventh (7^{th}) term of the series.

यदि एक समान्तर श्रेणी (AP) श्रृंखला का 5वां पद 16 है और 9वां पद 22 है, तो श्रृंखला का सातवां (7वां) पद ज्ञात कीजिए।

(a) 25
(b) 22
(c) 19
(d) None of these

$a+4d=16$
$a+8d=22$
$4d=6$
$d=1.5$
$a+4\times1.5=16$
$a=10$

$T_7=a+6d$
$=10+6\times1.5$
$=19$

5. **Find the n^{th} term of /का nवाँ पद ज्ञात कीजिए :**

5, 2, –1, ...

(a) 5 – 2n (b) 8 – 3n

(c) 7 – 3n (d) 4 – n

5, 2, -1 - —

$a_n = a + (n-1)d$

$= 5 + (n-1)(-3)$

$= 5 - 3n + 3$

$= 8 - 3n$

$d = 2 - 5$

$= -3$

6. What is the 11^{th} term for the given arithmetic progression?

दी गई समान्तर श्रेणी के लिए 11वाँ पद क्या है?

2, 6, 10, 14, 18,........

(a) 38 (b) 44

(c) 42 (d) 46

$a_{11} = a + 10d$

$= 2 + 10 \times 4$

$= 42$

7. **What will be the 10th term of the arithmetic progression 2, 7, 12, ____ ?**

समान्तर श्रेणी 2, 7, 12, ... का 10वाँ पद क्या होगा?

(a) 45
(b) 43
(c) 97
(d) 47

$a_{10} = a + 9d$
$= 2 + 9 \times 5$
$= 47$

$5 \times T_5 = 8 \times T_8$

$5(a+4d) = 8(a+7d)$

$\Rightarrow 5a+20d = 8a+56d$

$\Rightarrow 0 = 3a+36d$

$\Rightarrow (a+12d) = \frac{0}{3} = 0$

8. Tricky

In a certain A.P., 5 times of 5th term is equal to 8 times the 8th term, then find its 13th term.

एक निश्चित समान्तर श्रेणी में, 5वें पद का 5 गुना 8वें पद के 8 गुना के बराबर है, तो इसका 13वां पद ज्ञात करें।

(a) 0 ✓
(b) 1
(c) 2
(d) 4

$T_{13} = a+12d = ?$

$a, a+d, a+2d - - — a_n$

$$a_n = a+(n-1)d$$

$$\Rightarrow a_n - a = (n-1)d$$

$$\Rightarrow \frac{a_n - a}{d} = n-1$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{a_n - a}{d} + 1 = n}$$

9. **How many terms are there in the A.P. 3, 7, 11, ..., 407?**

समान्तर श्रेणी 3, 7, 11, ..., 407 में कितने पद हैं?

(a) 96 (b) 102

(c) 100 (d) 108

$$n = \frac{a_n - a}{d} + 1$$

$$n = \frac{407-3}{4} + 1$$

$$= \frac{404}{4} + 1 = 101 + 1$$

$$= 102$$

10. Find the t_n for an arithmetic progression where $t_3 = 22$, $t_{17} = -20$.

समान्तर श्रेणी के लिए t_n ज्ञात कीजिए जहाँ $t_3 = 22$, $t_{17} = -20$

(a) $3n - 32$
(b) $3n - 31$
(c) $-3n + 31$
(d) $-3n + 32$

$a + 2d = 22$
$a + 16d = -20$
$-14d = 42$
$d = -3$

$a - 6 = 22$
$a = 28$

$t_n = a + (n-1)d$
$= 28 + (n-1)(-3)$
$= 28 - 3n + 3$
$= 31 - 3n$

11. In a A.P. if $a_2 + a_5 - a_3 = 10$ and $a_2 + a_9 = 17$ then find a_{20}

एक A.P. में यदि $a_2 + a_5 - a_3 = 10$ और $a_2 + a_9 = 17$ है तो a_{20} ज्ञात कीजिए

(a) 6
(b) –6
(c) 8
(d) –10

$a+d+a+4d-a-2d=10$

$a+3d=10$

$a+d+a+8d=17$

$2a+9d=17$

$2[a+3d=10]$

$-3d=3$

$d=-1$

$\therefore a+3d=10$

$a-3=10$

$a=13$

$\therefore a_{20}=a+19d$

$=13-19$

$=-6$

$a_r = a + (r-1)d$
$= q + p - 1 - r + 1$
$= p + q - r$

12. If the p^{th} term of an A.P. is q and the q^{th} term is p, then find its r^{th} term.

यदि किसी **AP** का **p**वाँ पद **q** है और **q**वाँ पद **p** है, तो इसका **r** वाँ पद ज्ञात कीजिए।

(a) $p - q + r$
(b) $p + q + r$
(c) $p - q - r$
(d) $p + q - r$

$a + (p-1)d = q \Rightarrow a + pd - d = q$
$a + (q-1)d = p \Rightarrow a + qd - d = p$

$0 \quad pd - qd = q - p$
$d(p-q) = -(p-q)$
$d = -1$

$a + (p-1) - 1 = q$
$\Rightarrow a + -p + 1 = q$
$\Rightarrow a = q + p - 1$

Note-03

Common terms of two APs with common differences d_1 and d_2, are also in AP with common difference = LCM $\{d_1, d_2\}$

सार्वन्तर d_1 और d_2 वाली दो समान्तर श्रेणियों के उभयनिष्ठ पद भी समान्तर श्रेणी में होते है, जिनका सार्वन्तर = LCM $\{d_1, d_2\}$

13. Find 10th common term in:
3, 7, 11, 15, 19, ... & 1, 6, 11, 16, 21, ...
10वां उभयनिष्ठ पद ज्ञात करें:
3, 7, 11, 15, 19, ... और 1, 6, 11, 16, 21, ...

(a) 191
(b) 180
(c) 195
(d) 201

11, 31, 51 - - - -

$T_{10} = a + 9d$
$= 11 + 9 \times 20$
$= 191$

3, 7, 11, 15, 19 - - -
1, 6, 11, 16, 21 - - -

$d = lcm(d_1, d_2)$
$lcm(4, 5)$
$= 20$

Note-04

In an AP sum of the terms equidistant from beginning & end is same

समान्तर श्रेणी में आरंभ और अंत से समान दूरी वाले पदों का योग समान होता है

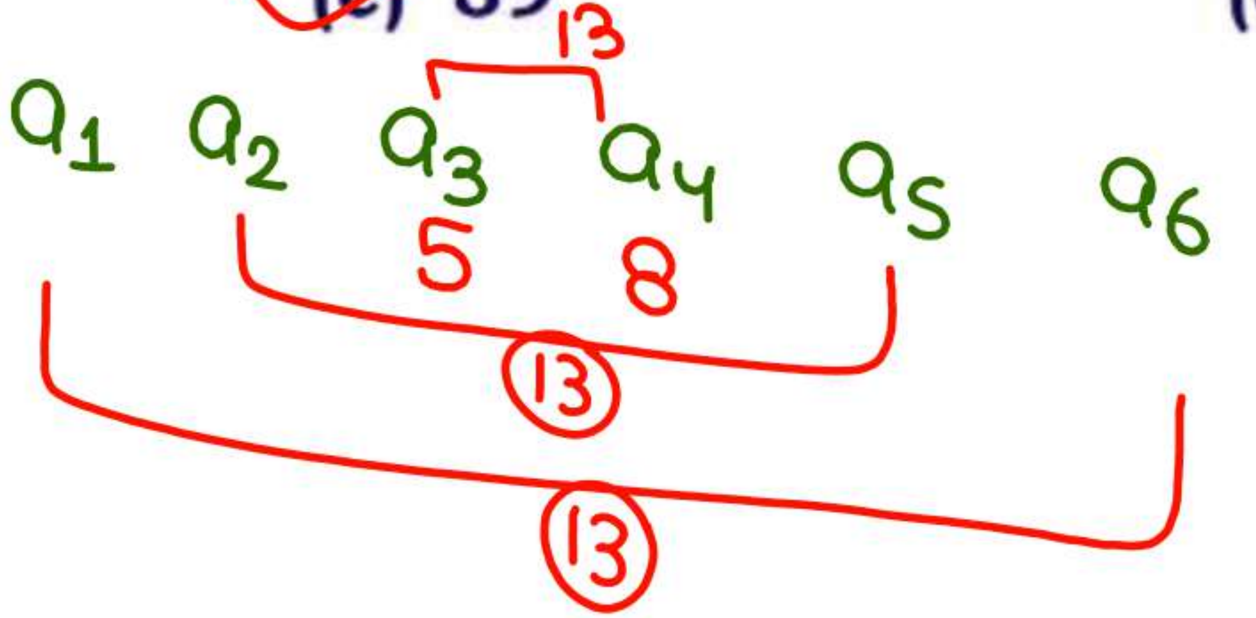
2, 4, 6, 8, 10, 12

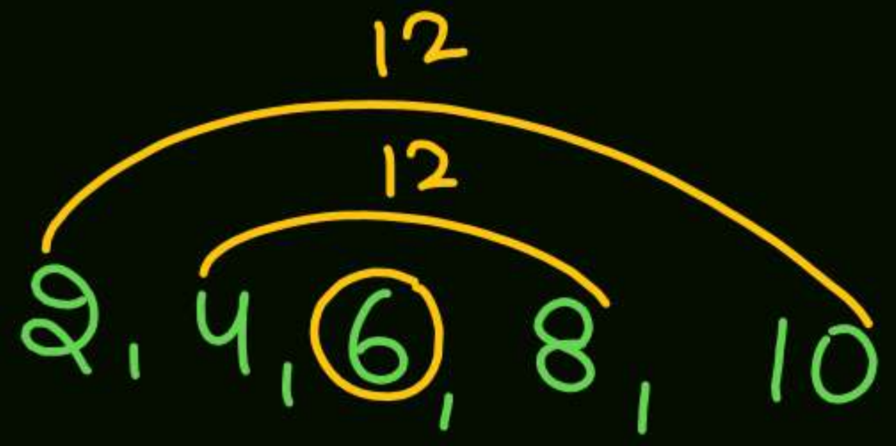
14. **Find sum of first 6 terms of an AP if 3rd and 4th terms are 5 & 8.**

किसी समान्तर श्रेणी के पहले 6 पदों का योग ज्ञात कीजिए यदि तीसरा और चौथा पद 5 और 8 हैं।

(a) 36 (b) 38

(c) 39 (d) 45



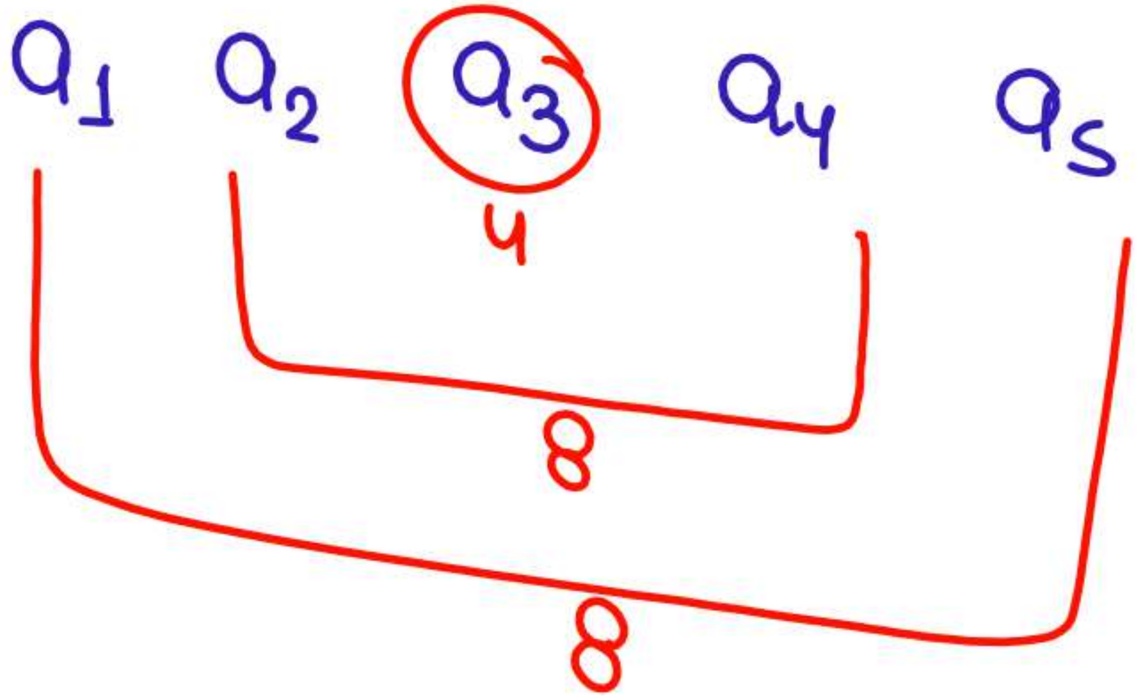

12
12
2, 4, 6, 8, 10

15. **Find sum of first five terms of an AP if 3rd term is 4.**

किसी समान्तर श्रेणी के पहले पांच पदों का योग ज्ञात करें यदि तीसरा पद 4 है।

(a) 24 (b) 16

(c) 20 (d) None



Note-05

Assuming terms in A.P/समान्तर श्रेणी में पदों को मानना

(a) 3 terms/3 पद $(a-d), a, (a+d)$

(b) 4 terms/4 पद $(a-2d)(a-d)\ (a+d)(a+2d)$

(c) 5 terms/5 पद $(a-2d)(a-d)\ a\ (a+d)(a+2d)$

16. **The sum of three numbers in A.P. is – 3 and their product is 8. Find the numbers.**

समान्तर श्रेणी में 3 संख्याओं का योगफल – 3 तथा उनका गुणनफल 8 है। संख्याए ज्ञात कीजिए।

(a) 2, –1, –4 (b) 2, 1, 4

(c) –2, –1, –4 (d) 2, 1, –4

$a-d, a, a+d$

$d=3$

$-1-3, -1, -1+3$

$-4, -1, 2$

$a-d+a+a+d=-3$

$3a=-3$

$\therefore a=-1$

$(a-d)(a)(a+d)=8$

$(a^2-d^2)(a)=8$

$(1-d^2)(-1)=8$

$\Rightarrow 1-d^2=-8$

$\Rightarrow 9=d^2$

$\therefore d=\pm 3$

Sum of an A. P. / किसी समान्तर श्रेणी का योग

$S_n = a_1 + a_2 + ... + a_n$ where a_i's are in AP.

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)d)$$

or

$$\frac{n}{2}(a + 1)$$ where $l = a + (n - 1)d$

17. **Find sum of first n odd numbers.**

प्रथम n विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

(a) $3n^2$

(b) n^2

(c) $\frac{n^2}{2}$

(d) $\frac{3n^2}{2}$

1, 3, 5

= 9

18. Find the sum of 23 terms of the A.P. 5, 9, 13, 17 ....

समान्तर श्रेणी 5, 9, 13, 17 .... के 23 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

(a) 1172
(b) 1127
(c) 1217
(d) None of these

$S_{23} = \frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$= \frac{23}{2}[10+22\times4]$

$= \frac{23}{2}\times 98$ (49)

$= 1127$

14

$a=243 \quad d=13 \quad n=151$

$S=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$=\frac{151}{2}(486+150\times13)$

By DS

$\frac{7}{2}(9+6)$

$=\frac{7}{2}\times6 = \frac{6\times5}{2\times5}=\frac{3}{1}$

19. **Find the sum upto 151 term of the sequence 243, 256, 269, ...**

अनुक्रम 243, 256, 269, ... के 151 पद तक का योगफल ज्ञात कीजिए।

UPSI 13/11/2021 (Shift-02)

(a) 183916
(b) 183917
(c) 183918
(d) 183915

20. What is the sum of first 200 terms of the given series?

दी गई श्रृंखला के पहले 200 पदों का योग क्या है?

1 + 5 + 6 + 10 + 11 + 15 + 16 + 20 + ...

SSC CHSL 10/03/2023 (Shift-01)

(a) 49400
(b) 48300
(c) 50100
(d) 49600

6 + 16 + 26 + 36 ---- 100 terms

$$Sum = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d)$$

$$= \frac{100}{2}(12+99\times10)$$

$$= 50\times1002 = 50100$$

21. **How many terms of series – 9, – 6, – 3, ... must be taken so that the sum of all the terms is 45?**

श्रृंखला के कितने पद – 9, – 6, – 3, ... लेने होंगे ताकि सभी पदों का योग 45 हो?

SSC CHSL 10/03/2023 (Shift-01)

(a) 9
(b) 11
(c) 10
(d) 8

$S_n = 45$

$\frac{n}{2}(2a+(n-1)d) = 45$

$\Rightarrow \frac{n}{2}[-18+(n-1)3] = 45$

$\Rightarrow n[-18+3n-3] = 90$

$\Rightarrow n[-21+3n] = 90$

10×9

$a=5 \quad a_n=45 \quad S_n=400$

$S_n=\frac{n}{2}[a+a_n]$

$\Rightarrow 400=\frac{n}{2}\times 50$

$n=16$

22. If 1st term of an A.P. is 5, the last term is 45 & sum is 400 then find number of terms.

यदि किसी समान्तर श्रेणी का पहला पद 5 है, अंतिम पद 45 है और योग 400 है तो पदों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(a) 15
(b) 14
(c) 18
(d) 16

23. **Find sum of natural numbers between 100 & 1000 which are multiples of 5.**

100 और 1000 के बीच प्राकृतिक संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए जो 5 के गुणज हैं।

(a) 94540 (b) 98450

(c) 95320 (d) 96430

105, 110, 115 - - - 995

$n = \frac{995-105}{5} + 1$

$= \frac{890}{5} + 1$

$= 178 + 1$

$= 179$

$S_n = \frac{179}{2} \times 1100$

$= 179 \times 550$

24. **Find sum of natural numbers between 100 and 1000 are multiples of 5 and 7 simultaneously.**

100 और 1000 के बीच प्राकृतिक संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए जो 5 और 7 की एक साथ गुणज हो।

(a) 15204 (b) 13102

(c) 11105 (d) 14105

35

105, 140 - - - - , 980

$$35)\,1000\,(28$$
$$70$$
$$300$$
$$280$$
$$20$$

$$n = \frac{980 - 105}{35} + 1$$

$$= 26$$

$$\therefore S_n = \frac{26}{2} \times 1085 = 13 \times 1085$$

$$= 14105$$

H.W
Ans in comment Box

25. **Find the sum of the first 157 terms of an A.P. whose first term and third term are 160 and 170 respectively.**

एक समांतर श्रेणी जिसका पहला और तीसरा पद क्रमशः 160 और 170 है, इसके पहले 157 पदों का योगफल ज्ञात कीजिए।

UPSI 12/11/2021 (Shift-03)

(a) 84350
(b) 85350
(c) 83350
(d) 86350

a=1550
d=75
n=12

$S_n = \frac{12}{2}(3100 + 11 \times 75)$

$= 6(3100 + 825)$

$= 6 \times 3925$

$= 23550$

26. A man saves ₹ 1550 in January 2020 and increases his saving by ₹ 75 every month over the previous month. What is the annual saving of the man for the year 2020? (in ₹)

एक आदमी जनवरी 2020 में 1550 रू. बचाता है और हर महीने पिछले महीने की तुलना में अपनी बचत में 75 की वृद्धि करता है। उस आदमी ने वर्ष 2020 में कतनी वार्षिक बचत की? (₹ मे)

UPSI 24/11/2021 (Shift-02)

(a) 23250
(b) 23350
(c) 23550
(d) 23450

27. **How many positive integers less than 100 have a remainder of 3 when divided by 7?**

100 से कम कितने धनात्मक पूर्णांकों को 7 से विभाजित करने पर शेषफल 3 रहता है?

MP Jail Prahari 11/12/2020 (Shift-01)

(a) 13
(b) 15
(c) 12
(d) 14

3, 10, 17 - - - , 94

$n = \frac{94-3}{7} + 1$

$= 13 + 1$

$= 14$

28. If the ratio of the sum to n terms of two A.P.'s is (5n + 3) : (3n + 4), then the ratio of their 17th terms is

यदि दो **AP** के **n** पदों के योग का अनुपात **(5n + 3) : (3n + 4)** है, तो उनके 17वें पदों का अनुपात है

(a) 172 : 99
(b) 168 : 103
(c) 175 : 99
(d) 171 : 103

$$\frac{\frac{n}{2}(2a+(n-1)d)}{\frac{n}{2}[2A+(n-1)D]} = \frac{5n+3}{3n+4}$$

$$\Rightarrow \frac{a+\frac{(n-1)}{2}d}{A+\frac{(n-1)}{2}D} = \frac{5n+3}{3n+4}$$

$$\frac{a+16d}{A+16D}$$

$$\frac{n-1}{2} = 16$$

$$n = 33$$

put $n=33$

$$\frac{a+16d}{A+16D} = \frac{168}{103}$$

29. **If the 10th term of an AP is 21 and 17 term is 8 more than the 13th term, then find the AP.**

यदि किसी समान्तर श्रेणी का 10वाँ पद 21 है और 17 वाँ पद 13वें पद से 8 अधिक है, तो समान्तर श्रेणी ज्ञात कीजिए।

MPPEG GROUP 2 31/01/2021 (Shift-01)

(a) 7, 10, 13, 16 ....
(b) 3, 8, 11, 14 ....
(c) 5, 7, 9, 11 ....
(d) 3, 5, 7, 9 ....

$a+9d=21$

$a+16d=8+a+12d$

$4d=8$

$d=2$

$a+18=21$

$a=3$

3, 5, 7, 9 ...

Must Try

Ans in comment Box

30. If sum of first 2n terms of the AP 2, 5, 8, ... is equal to the sum of first n terms of 57, 59, 61, ... Then find n

यदि समान्तर श्रेणी 2, 5, 8, ... के प्रथम 2n पदों का योग 57, 59, 61, ... के प्रथम n पदों के योग के बराबर है, तो n ज्ञात कीजिए

(a) 10
(b) 12
(c) 11
(d) 13