

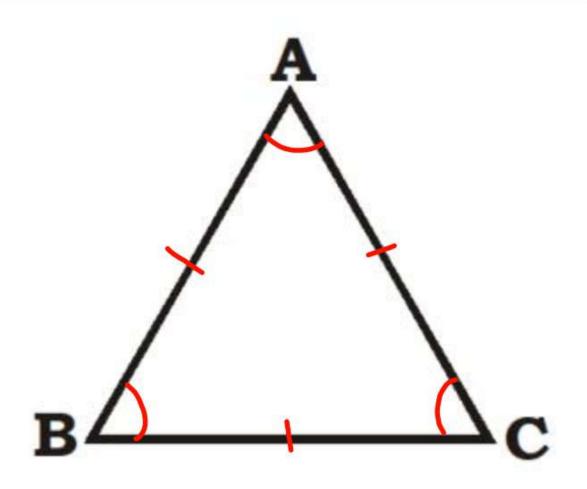
(त्रिभुज के मूलभूत गुणधर्म)

# CLASS NOTES

BY ADITYA RANJAN

- △ → Fundamental Property
  - · A > Types of A
  - · Centres of  $\triangle$
- Similarity & congruency

## Triangle / त्रिभुज



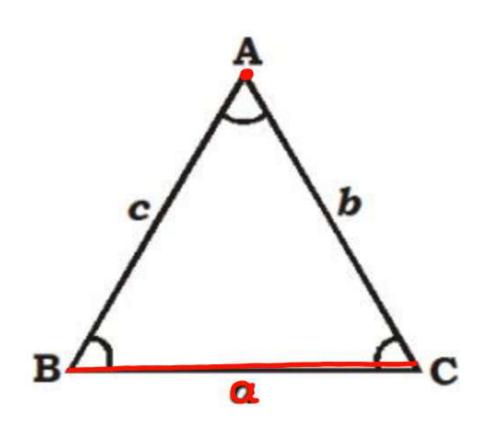
A plane closed figure bounded by three intersecting straight lines is called a triangle.

तीन प्रतिच्छेदी रेखाओं से घिरी बंद आकृति त्रिभुज कहलाती है।

In the given figure, ABC is a triangle. It is denoted by  $'\Delta'$ .

दिये गये चित्र में ABC एक त्रिभुज है। इसे △ द्वारा प्रदर्शित करते हैं।

#### BY ADITYA RANJAN SIR



A triangle has three sides AB, BC and CA, three angles  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  and three vertices A, B and C.

एक त्रिभुज में तीन भुजाएँ AB, BC और CA, तीन कोण ∠A, ∠B, ∠C और तीन शीर्ष A, B और C होते हैं।

The length of the sides are generally denoted by small letter of the opposite vertices, i.e.

भुजाओं की लम्बाई सामान्यतः विपरीत शीर्षों के छोटे अक्षरों द्वारा व्यक्त किए जाते हैं।

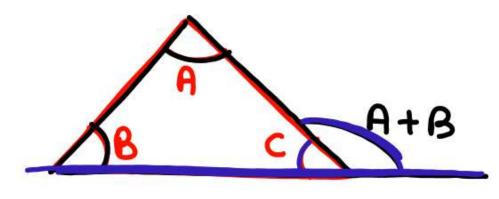
BC is denoted by  $\alpha$ , CA is denoted by b and AB is denoted by c.

अर्थात् BC को a, CA को b और AB को c द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

## PROPERTY 01

## ANGLE SUM PROPERTY

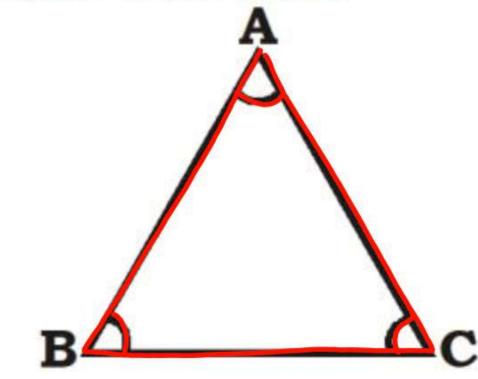
## Property / गुणधर्म - 01



Sum of all three angles of a triangle is always  $180^{\circ}$ , i.e.  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^{\circ}$ .

किसी भी त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता

∠A+∠B+∠C= 180 है। अर्थात् ∠A + ∠B + ∠C = 180°



If the angles of a triangle are in the ratio of 9: 11: 16, then the difference between the greatest angle and the smallest angle is:

यदि एक त्रिभुज के कोण 9:11:16 के अनुपात में हैं, तो सबसे बड़े कोण और सबसे छोटे कोण के बीच का अंतर ज्ञात कीजिए।

#### SSC Phase XII 21/06/2024 (Shift-03)

- (a) 40°
- (c) 25°

1. If the angles of a triangle are in the ratio of 9:11:16, then the difference between the greatest angle and the smallest angle is:

यदि एक त्रिभुज के कोण 9:11:16 के अनुपात में हैं, तो सबसे बड़े कोण और सबसे छोटे कोण के बीच का अंतर ज्ञात कीजिए।

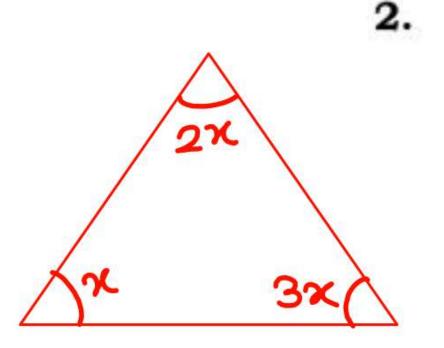
(a) 40°

(c) 25°

SSC Phase XII 21/06/2024 (Shift-03)

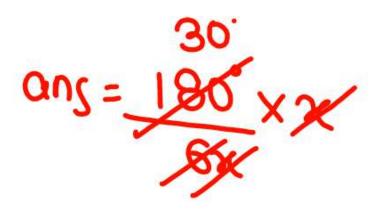
(b) 35°

(d) 30°



Of the three angles of a triangle, one is twice the smallest and another one is thrice the smallest. Find the value of the smallest angle.

किसी त्रिभुज के तीन कोणों में से एक कोण सबसे छोटे कोण का दो गुना है और दूसरा कोण सबसे छोटे कोण का तीन गुना है। सबसे छोटे कोण का मान ज्ञात करें।



- (a) 65°
- (c) 60°

SSC CPO 28/06/2024 (Shift-01)

- (b) 30°
  - (d) 45°

#### BY ADITYA RANJAN SIR

$$0 \frac{2}{4} - \frac{3}{4} = 10$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$$

In a triangle ABC,  $\frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{3} \angle C + \frac{1}{2} \angle B = 80^\circ$ , then what is ∠C equal to:

त्रिभुज ABC में 
$$\frac{1}{2}$$
 ∠A +  $\frac{1}{3}$  ∠C +  $\frac{1}{2}$  ∠B = 80° है, तो ∠C का मान है :

- (a) 35° (c) 60°

- (b) 40°
- (d) 70°

In  $\triangle ABC$ ,  $\angle A - \angle B = 33^{\circ}$ ,  $\angle B - \angle C = 18^{\circ}$ . what is the sum of the smallest and the largest angle of the triangle?

त्रिभुज ∆ABC में ∠A - ∠B = 33°, ∠B - ∠C = 18° है, तो त्रिभुज के सबसे छोटे और सबसे बड़े कोण का योग क्या है?

#### SSC CGL Tier-II (15/11/2020)

- (a) 143°
- (c) 92°

#### BY ADITYA RANJAN SIR

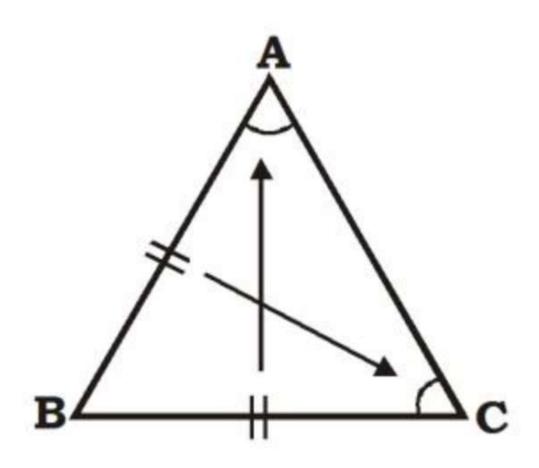
5. In 
$$\triangle ABC$$
,  $\angle A + \angle B = 65^{\circ}$ ,  $\angle B + \angle C = 140^{\circ}$ , the find  $\angle B$ .

$$\triangle ABC$$
 में  $\angle A + \angle B = 65^{\circ}$ ,  $\angle B + \angle C = 140^{\circ}$  है, तो  $\angle B$  का मान ज्ञात करें।

# PROPERTY 02

### SIDE & ANGLE RELATION

## Property / गुणधर्म - 02



 (i) Angles opposite to the equal sides of a triangle are equal.

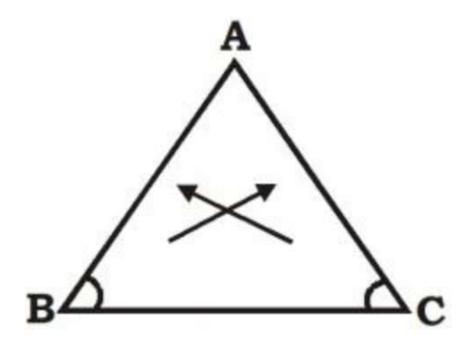
किसी त्रिभुज की बराबर भुजाओं के सामने के कोण बराबर होते हैं।

In  $\triangle ABC$ , if AB = BC, then

त्रिभुज ABC में यदि AB = BC है, तो

$$\angle A = \angle C$$

#### BY ADITYA RANJAN SIR



(ii) Sides opposite to the equal angles of a triangle are equal

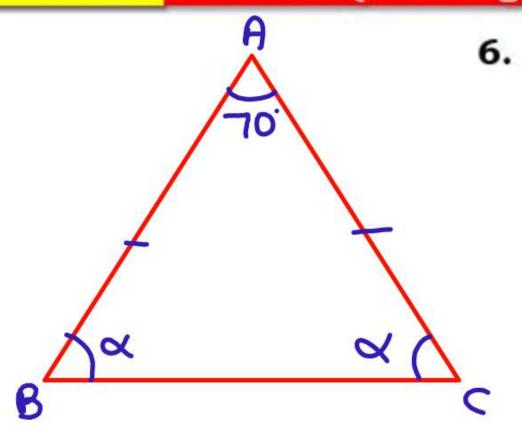
किसी त्रिभुज में बराबर कोणों के सामने की भुजाएँ बराबर होती है।

In  $\triangle ABC$ , if  $\angle B = \angle C$ , then

त्रिभुज ABC में यदि ∠B = ∠C है, तो

AC = AB

#### BY ADITYA RANJAN SIR



In triangle ABC, AB = AC and  $\angle$ A = 70°. Find the value of  $\angle$ C.

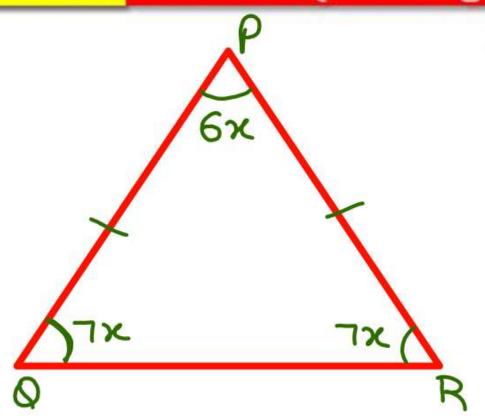
त्रिभुज ABC, AB = AC और ∠A = 70° है। ∠C का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 45°
- (c) 65°

#### SSC CPO 29/06/2024 (Shift-01)

- (b) 75°
- (d) 55°

#### BY ADITYA RANJAN SIR

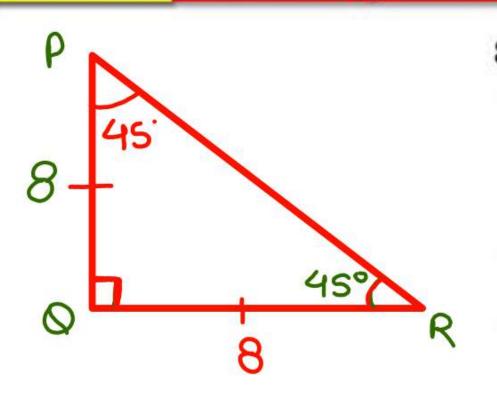


7. If the angles  $\angle P$ ,  $\angle Q$  and  $\angle R$  of the  $\triangle PQR$  are in the ratio 6:7:7, which of the following is true?

यदि  $\triangle PQR$  के कोण  $\angle P$ ,  $\angle Q$  और  $\angle R$  क्रमशः 6:7:7 के अनुपात में हो तो निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

(b) 
$$PQ = QR$$

#### BY ADITYA RANJAN SIR



8. In  $\triangle PQR$ ,  $\angle Q = 90^{\circ}$ , PQ = 8 cm and  $\angle PRQ = 45^{\circ}$ . Find the length of QR.

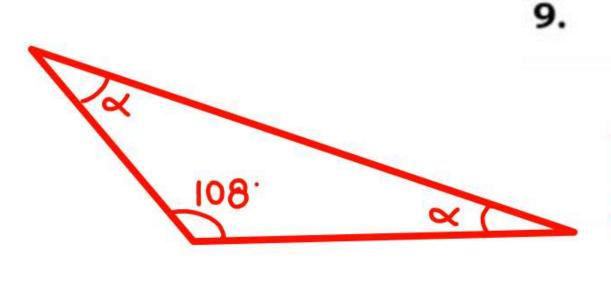
 $\Delta$ PQR, में ∠Q = 90°, PQ = 8 cm और ∠PRQ = 45° है। QR की लंबाई ज्ञात कीजिए।

- (a) 6 cm
- (c) 5 cm

SSC CGL 13/12/2022 (Shift-01)

- (b) 3 cm
- (d) 8 cm

#### BY ADITYA RANJAN SIR



One of the angles of a triangle is 108°, and the other two angles are equal. What is the measure of each of these equal angles?

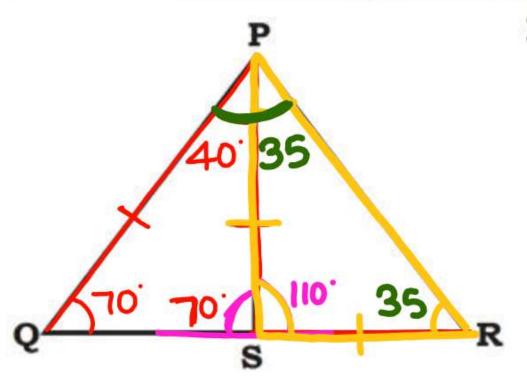
त्रिभुज का एक कोण 108° है और अन्य दो कोण बराबर हैं। इन बराबर कोणों में से प्रत्येक का मान ज्ञात कीजिए।

SSC CHSL 10/06/2022 (Shift-02)

$$3+2\alpha=180$$
 (c)  $78^{\circ}$ 

(d) 39°

#### BY ADITYA RANJAN SIR

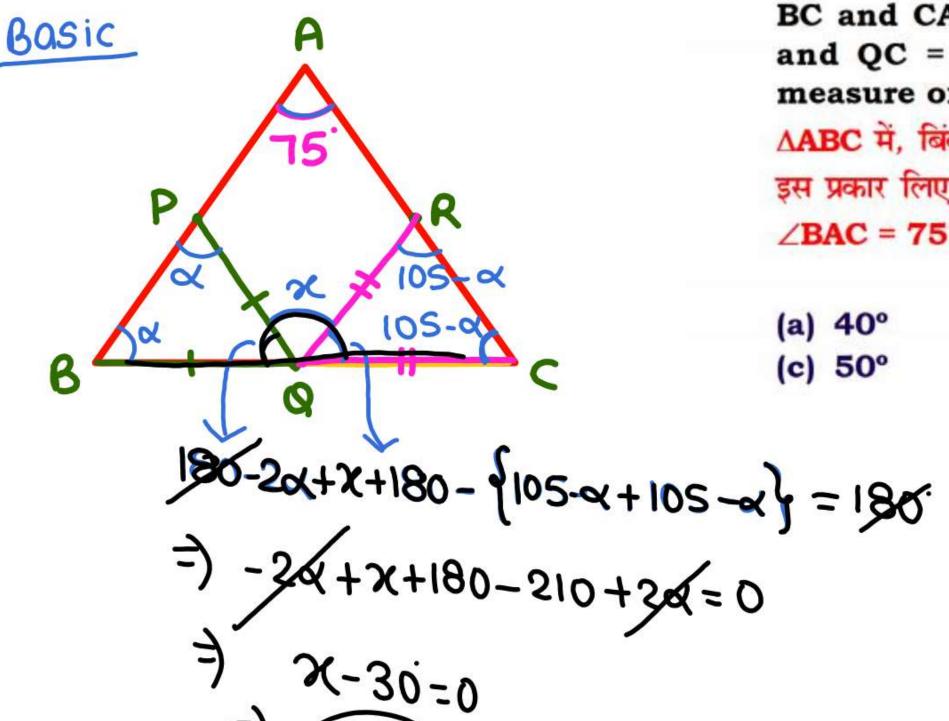


10. In the given figure PQ = PS = SR and  $\angle$ QPS = 40°, then what is the value of  $\angle$ QPR (in degree)?

दी गई आकृति में PQ = PS = SR और ∠QPS = 40° है, तो ∠QPR का मान क्या है?

- (a) 45°
- (c) 75°

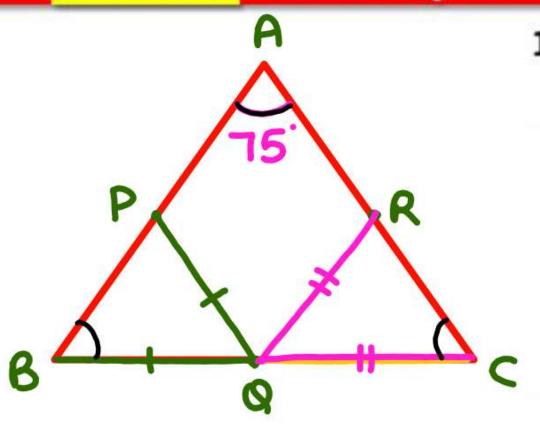
- (b) 60°
- (d) 50°



11. In a ∆ABC, points P, Q and R are taken on AB, BC and CA, respectively, such that BQ = PQ and QC = QR. If ∠BAC = 75°, what is the measure of ∠PQR (in degrees)?

 $\triangle$ ABC में, बिंदु P, Q और R क्रमश: AB, BC और CA पर इस प्रकार लिए गए हैं कि BQ = PQ और QC = QR है। यदि  $\angle$ BAC = 75° है, तो  $\angle$ PQR का माप (डिग्री में) क्या है?

#### BY ADITYA RANJAN SIR



In a  $\triangle ABC$ , points P, Q and R are taken on AB, BC and CA, respectively, such that BQ = PQ and QC = QR. If  $\angle BAC = 75^{\circ}$ , what is the measure of  $\angle PQR$  (in degrees)?

AABC में, बिंदु P, Q और R क्रमश: AB, BC और CA पर इस प्रकार लिए गए हैं कि BQ = PQ और QC = QR है। यदि ∠BAC = 75° है, तो ∠PQR का माप (डिग्री में) क्या है?

#### SSC CGL 11/04/2022 (Shift-01)

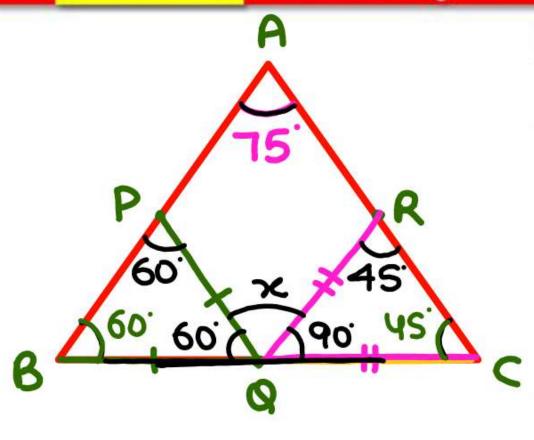
(a) 40°

(b) 30°

(c) 50°

(d) 75°

#### BY ADITYA RANJAN SIR



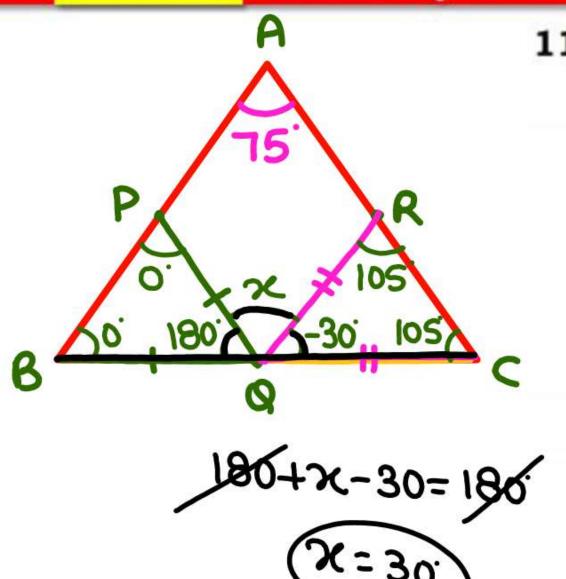
60+x+40=180

In a  $\triangle ABC$ , points P, Q and R are taken on AB, BC and CA, respectively, such that BQ = PQ and QC = QR. If  $\angle BAC = 75^{\circ}$ , what is the measure of  $\angle PQR$  (in degrees)?

AABC में, बिंदु P, Q और R क्रमश: AB, BC और CA पर इस प्रकार लिए गए हैं कि BQ = PQ और QC = QR है। यदि ∠BAC = 75° है, तो ∠PQR का माप (डिग्री में) क्या है?

- (a) 40°
- (c) 50°

#### BY ADITYA RANJAN SIR

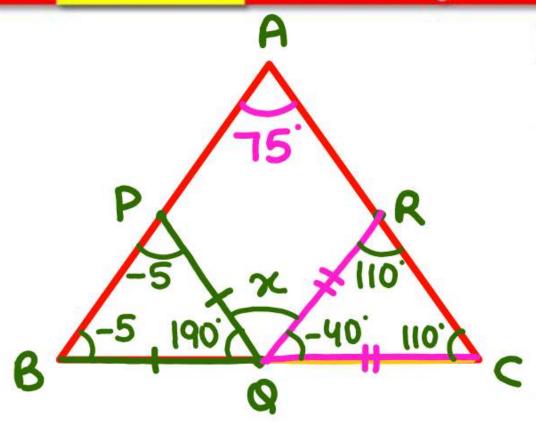


In a  $\triangle ABC$ , points P, Q and R are taken on AB, BC and CA, respectively, such that BQ = PQ and QC = QR. If  $\angle BAC = 75^{\circ}$ , what is the measure of  $\angle PQR$  (in degrees)?

 $\triangle$ ABC में, बिंदु P, Q और R क्रमश: AB, BC और CA पर इस प्रकार लिए गए हैं कि BQ = PQ और QC = QR है। यदि  $\angle$ BAC = 75° है, तो  $\angle$ PQR का माप (डिग्री में) क्या है?

- (a) 40°
- (c) 50°

#### BY ADITYA RANJAN SIR



$$(x = 30.)$$
  
 $(x = 30.)$   
 $(x = 30.)$   
 $(x = 30.)$   
 $(x = 30.)$ 

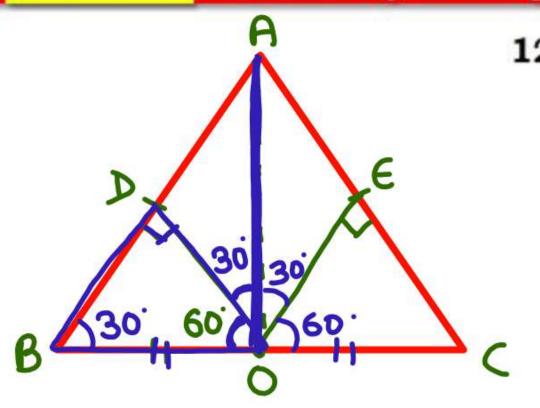
In a AABC, points P, Q and R are taken on AB, BC and CA, respectively, such that BQ = PQ and QC = QR. If  $\angle$ BAC = 75°, what is the measure of \( PQR \) (in degrees)?

ΔΑΒC में, बिंदु P, Q और R क्रमश: AB, BC और CA पर इस प्रकार लिए गए हैं कि BQ = PQ और QC = QR है। यदि ∠BAC = 75° है, तो ∠PQR का माप (डिग्री में) क्या है?

#### (a) 40°

# Isosceles A

#### BY ADITYA RANJAN SIR



2. In ∆ABC, AB = AC, O is a point on BC such that BO = CO and OD is perpendicular to AB and OE is perpendicular to AC. If ∠BOD = 60°, then measure of ∠AOE is:

त्रिभुज ABC, में AB = AC है, बिंदु O, BC पर इस प्रकार है कि BO = CO है और OD रेखा AB पर लम्बवत है और OE रेखा AC पर लम्बवत है। यदि ∠BOD = 60° है, तो ∠AOE का माप होगा:

SSC CGL 02/12/2022 (Shift- 02)

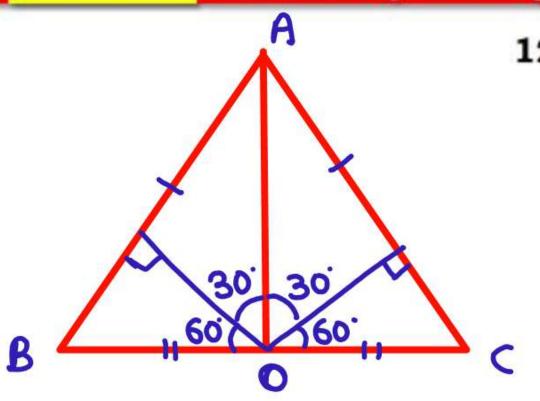
(a) 120°

(b) 60°

(c) 30°

(d) 90°

#### BY ADITYA RANJAN SIR



2. In ∆ABC, AB = AC, O is a point on BC such that BO = CO and OD is perpendicular to AB and OE is perpendicular to AC. If ∠BOD = 60°, then measure of ∠AOE is:

त्रिभुज ABC, में AB = AC है, बिंदु O, BC पर इस प्रकार है कि BO = CO है और OD रेखा AB पर लम्बवत है और OE रेखा AC पर लम्बवत है। यदि ∠BOD = 60° है, तो ∠AOE का माप होगा:

SSC CGL 02/12/2022 (Shift- 02)

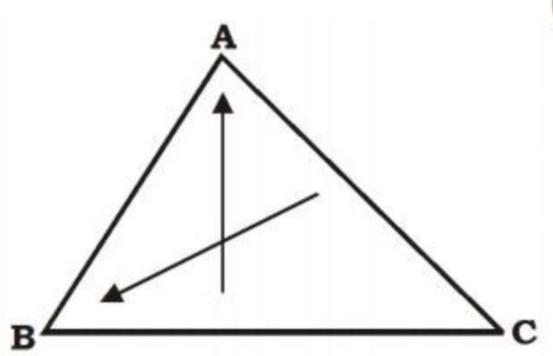
- (a) 120°
- (c) 30°

- (b) 60°
- (d) 90°

# PROPERTY 03

SIDE & ANGLE RELATION

## Property / गुणधर्म - 03



(i) The angle opposite to the greater side is always greater than the angle opposite to the smaller side.

बड़ी भुजा के विपरीत का कोण हमेशा छोटी भुजा के विपरीत कोण से बड़ा होता है।
In △ABC, if BC > AC, then ∠A > ∠B

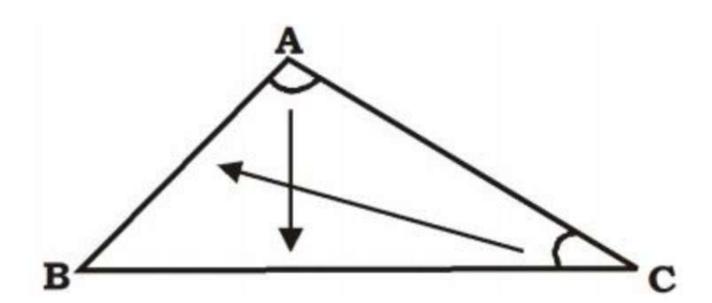
△ABC में यदि BC > AC, तो ∠A > ∠B

(If the side BC is greater than the side AC,
then ∠A will be always greater than ∠B.)

(यदि भुजा BC भुजा AC से बड़ी है, तो ∠A हमेशा ∠B

से बड़ा होगा।)

#### BY ADITYA RANJAN SIR



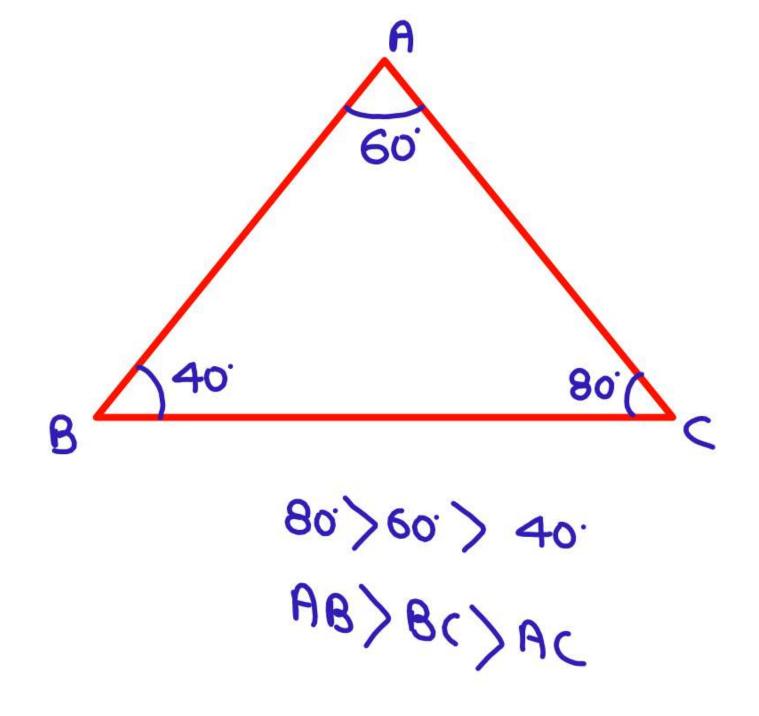
(ii) The side opposite to the greater angle is always greater than the side opposite to the smaller angle.

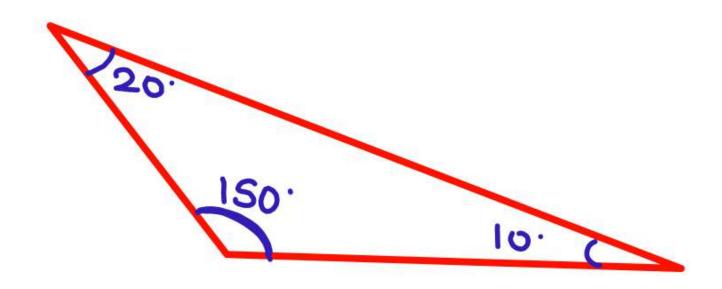
बड़े कोण के विपरीत की भुजा हमेशा छोटे कोण के विपरीत भुजा से बड़ी होती है।

In  $\triangle ABC$ , if  $\angle A > \angle C$ , then

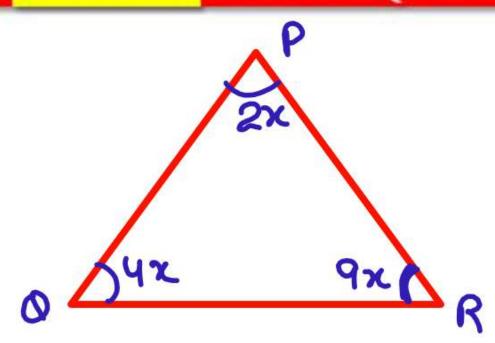
 $\triangle$ ABC में यदि  $\angle$ A >  $\angle$ C, तो

BC > AB





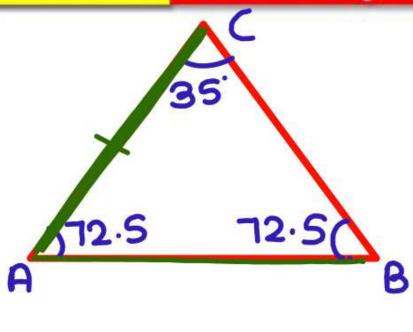
#### BY ADITYA RANJAN SIR



13. The ratio of the angle  $\angle P$ ,  $\angle Q$  and  $\angle R$  of a ΔPQR is 2:4:9, then which of the following is true?

 $\triangle$  PQR के कोणों ∠P, ∠Q और ∠R का अनुपात 2 : 4 : 9 है, तो निम्न में से कौन-सा सही है?

#### BY ADITYA RANJAN SIR



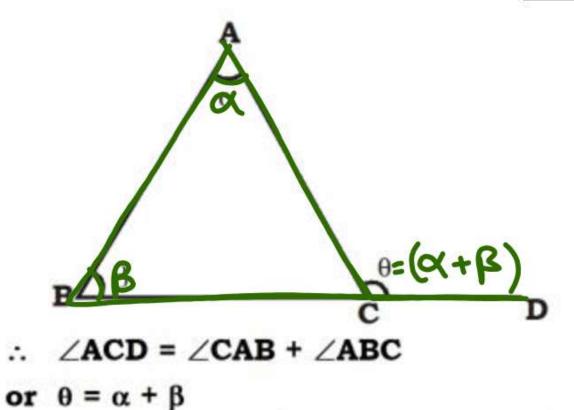
$$\angle C + 2 \angle B = 180^{\circ}$$
  
 $3S + 2 \angle B = 180^{\circ}$   
 $\Rightarrow 2 \angle B = 145^{\circ}$   
 $\Rightarrow 12.5^{\circ}$   
 $\angle B = 72.5^{\circ}$ 

14. In  $\triangle ABC$ ,  $\angle A + \angle B = 145^{\circ}$  and  $\angle C + 2\angle B = 180^{\circ}$ . State which one of the following relation is true?

## PROPERTY 04

**EXTERIOR - ANGLE PROPERTY** 

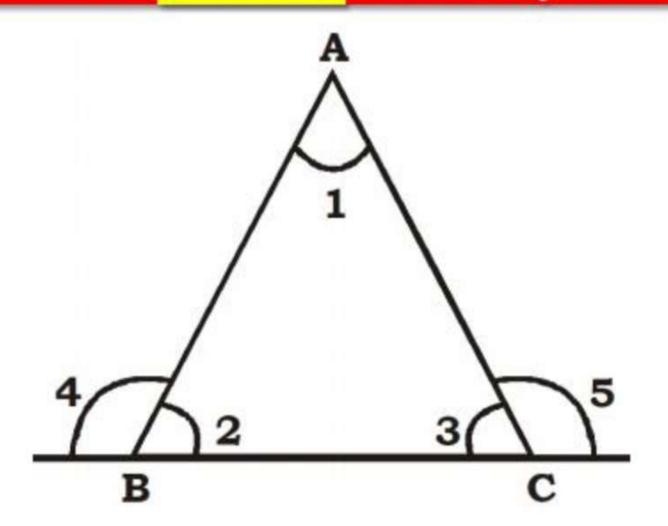
# Property / गुणधर्म - 04



If a side of triangle is produced, then the exterior angle so formed is equal to the sum of the two interior opposite angles.

यदि त्रिभुज की किसी भुजा को बढ़ाया जाता है तो इस प्रकार बना बाह्य कोण दो विपरीत आंतरिक कोणों के योगफल के बराबर होता है।

### BY ADITYA RANJAN SIR

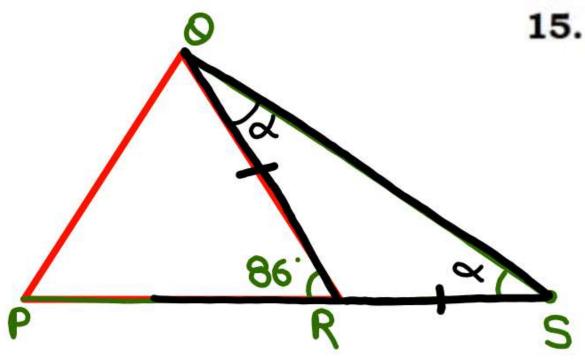


Note. If the side BC of a ∆ABC is produced on both sides, then the sum of the exterior angles so formed is greater than ∠A by two right angles (ie 180°).

यदि किसी AABC की भुजा BC दोनों ओर बढ़ाई जाती है, तो इस प्रकार बने बाह्य कोणों का योग A से दो समकोणों (अर्थात 180°) से अधिक होता है।

$$\angle 4 + \angle 5 = \angle A + 2 \times 90^{\circ} = \angle A + 180^{\circ}$$

### BY ADITYA RANJAN SIR



15. The side PR of a △PQR is extended to S such that QR = RS. If ∠PRQ = 86°, then find the value of ∠PSQ.

एक  $\triangle PQR$  की भुजा PR को S तक इस प्रकार बढ़ाया जाता है ताकि QR = RS हो। यदि  $\angle PRQ = 86^{\circ}$  है, तो  $\angle PSQ$  का मान ज्ञात कीजिए।

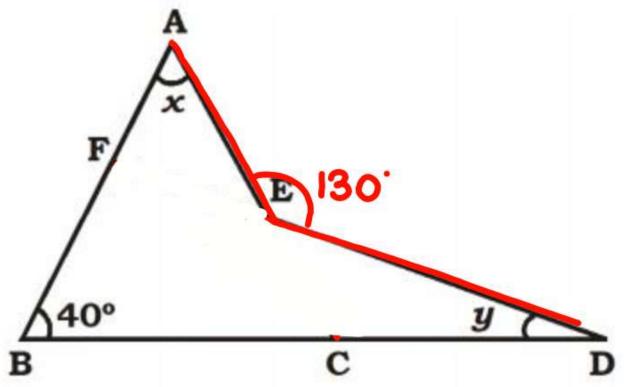
SSC CPO 29/06/2024 (Shift-03)

(b) 54°

(d) 86°

= 86 43 (a) 94

### BY ADITYA RANJAN SIR

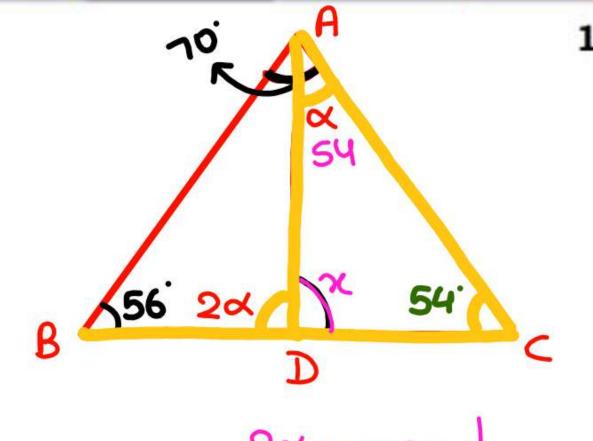


16. Find the value of x + y in the figure given below.

नीचे दी गई आकृति में x + y का मान ज्ञात करें।
(a) 90°
(b) 130°
(c) 65°
(d) 120°

### BY ADITYA RANJAN SIR

SSC CGL Tier-II (03/02/2022)



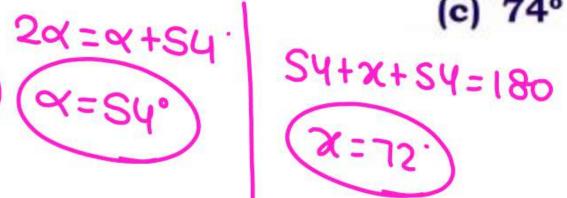
17. In ∆ABC, D is a point on BC such that ∠ADB =  $2\angle DAC$ ,  $\angle BAC$  =  $70^{\circ}$  and  $\angle B$  =  $56^{\circ}$ . What is the measure of \( ADC? \)

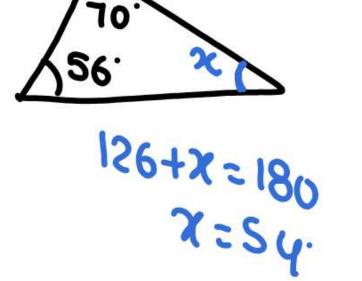
△ABC में, BC पर D एक ऐसा बिंदु है कि ∠ADB = 2∠DAC, ∠BAC = 70° और ∠B = 56° है। ∠ADC का माप क्या है?



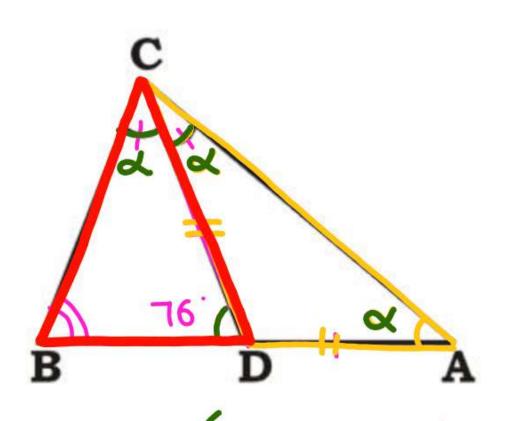
(b) 54°

(d) 81°





### BY ADITYA RANJAN SIR



18. In the given triangle, CD is the bisector of ∠BCA. CD = DA. If ∠BDC = 76°, what is the degree measure of ∠CBD?

दिए गए त्रिभुज में, CD  $\angle$ BCA का समद्विभाजक है। CD = DA यदि  $\angle$ BDC = 76° है, तो  $\angle$ CBD का अंश माप कितना होगा?

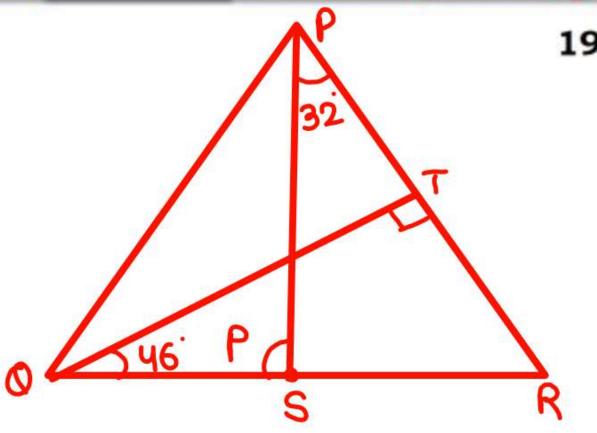
- (a) 32°
- (c) 80°

### SSC CGL 01/12/2022 (Shift- 04)

(b) 76°

(d) 66°

### BY ADITYA RANJAN SIR



9. In  $\triangle PQR$ , QT is perpendicular to PR and S is a point on QR such that  $\angle PSQ = p^{\circ}$ . If  $\angle TQR = 46^{\circ}$  and  $\angle SPR = 32^{\circ}$ , then the value of p is :

त्रिभुज PQR में QT, PR पर लंब है और QR पर बिन्दु S इस प्रकार है कि  $\angle$ PSQ =  $p^{\circ}$  है। यदि  $\angle$ TQR = 46° और  $\angle$ SPR = 32° है, तो p का मान ज्ञात करें।

#### SSC CGL 10/06/2019 (Shift- 01)

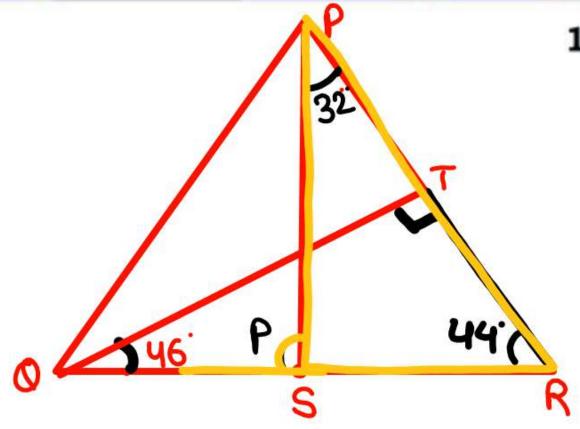
(a) 78°

(c) 76°

(b) 82°

(d) 72°

### BY ADITYA RANJAN SIR



19. In ∆PQR, QT is perpendicular to PR and S is a point on QR such that ∠PSQ = p°. If ∠TQR = 46° and ∠SPR = 32°, then the value of p is :

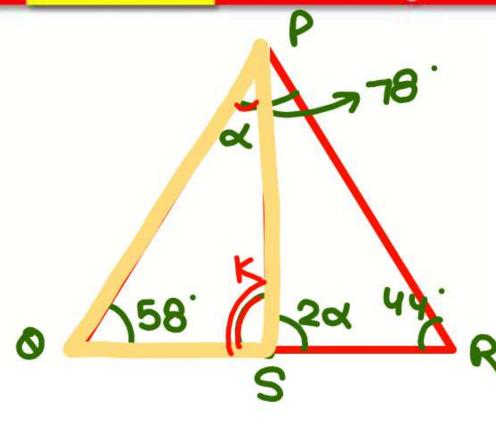
त्रिभुज PQR में QT, PR पर लंब है और QR पर बिन्दु S इस प्रकार है कि  $\angle$ PSQ =  $p^{\circ}$  है। यदि  $\angle$ TQR = 46° और  $\angle$ SPR = 32° है, तो p का मान ज्ञात करें।

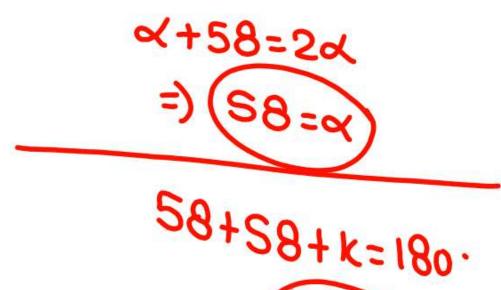
#### SSC CGL 10/06/2019 (Shift- 01)

(a) 78°

- (b) 82°
- (d) 72°

### BY ADITYA RANJAN SIR





20. In  $\triangle PQR$ , S is a point on the side QR such that

$$\angle QPS = \frac{1}{2} \angle PSR$$
,  $\angle QPR = 78^{\circ} and \angle PRS = 44^{\circ}$ .

What is the measure of ∠PSQ?

△PQR में, S एक बिंदु है, जो भुजा QR पर इस प्रकार

स्थित है कि∠QPS = 
$$\frac{1}{2}$$
∠PSR, ∠QPR = 78°

और ∠PRS = 44° है। ∠PSQ की माप क्या है?

(a) 68°

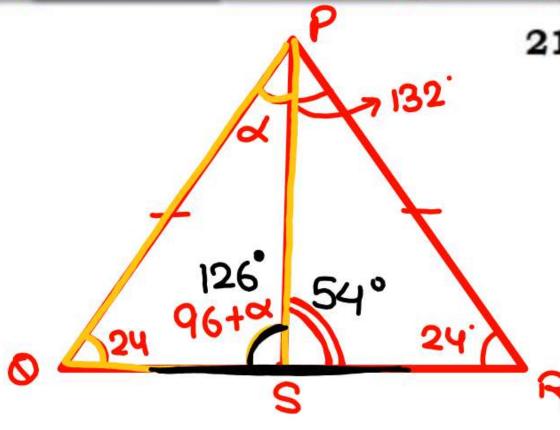
(c) 58°

SSC CGL MAINS 29/01/2022

(b) 64°

(d) 56°

### BY ADITYA RANJAN SIR



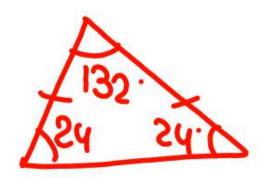
×+24+96+×=180.

In  $\triangle PQR$ , PQ = PR and S is a point on QR such that  $\angle PSQ = 96^{\circ} + \angle QPS$  and  $\angle QPR = 132^{\circ}$ . What is the measure of  $\angle PSR$ ?

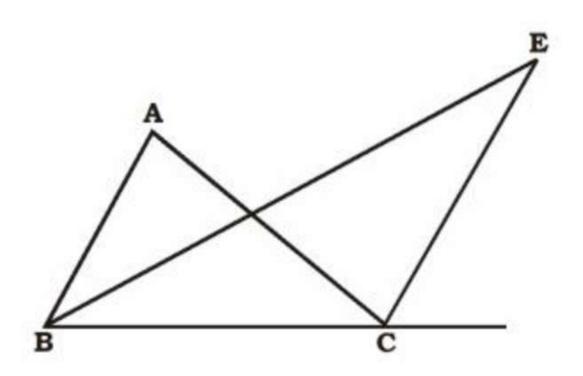
△PQR में, PQ = PR और S रेखा QR पर इस प्रकार स्थित एक बिंदु है कि ∠PSQ = 96° + ∠QPS और ∠QPR =  $132^{\circ}$  है। ∠PSR का माप बताइए।

#### SSC CGL MAINS 03/02/2022

- (b) 56°
- (d) 52°



# PROPERTY 05



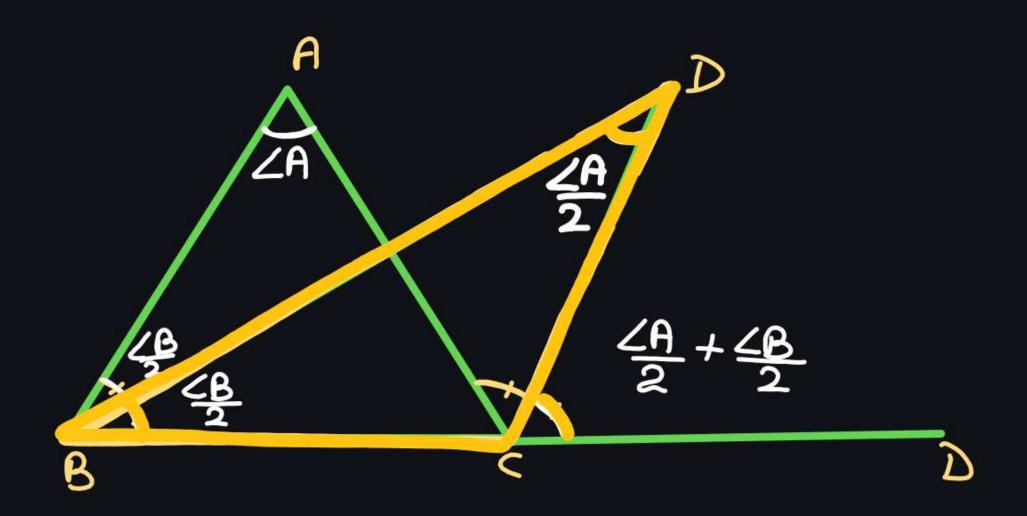
# Property / गुणधर्म - 05

In a triangle the angle between internal bisector of a base angle and external bisector of the other base angle is half of the remaining vertex angle.

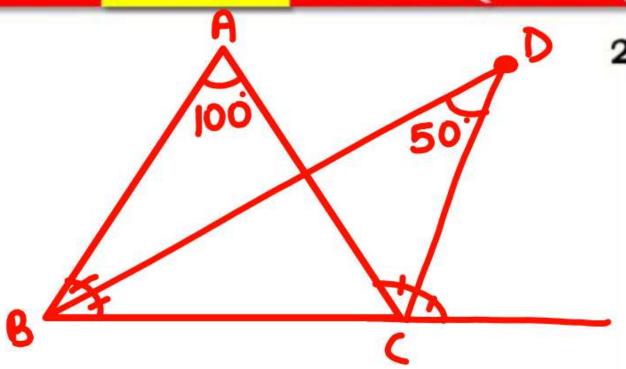
According to this property  $\angle BEC = \frac{\angle A}{2}$ .

किसी त्रिभुज में एक आधार कोण के आंतरिक समद्विभाजक और दूसरे आधार कोण के बाह्य समद्विभाजक के बीच बना कोण शेष शीर्ष कोण का आधा होता है।

इस गुण के अनुसार 
$$\angle BEC = \frac{\angle A}{2}$$



### BY ADITYA RANJAN SIR



22. ABC is a triangle. The bisectors of the internal angle ∠B and external angle ∠C intersect at D. If ∠BDC = 50°, then ∠A is?

ABC कोई त्रिभुज है। ∠B का आंतरिक समद्विभाजक और ∠C का बाह्य समद्विभाजक बिन्दु D पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि ∠BDC=50° है, तो ∠A का मान है :

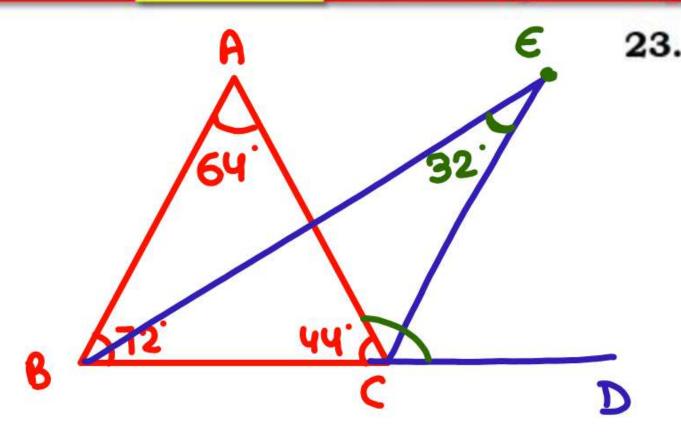
(a) 100°

(b) 90°

(c) 120°

(d) 60°

### BY ADITYA RANJAN SIR



In  $\triangle ABC$ ,  $\angle B$  is 72° and  $\angle C$  = 44°. Side BC is produced to D. Then bisectors of  $\angle B$  and  $\angle ACD$  meet at E. What is the measure of  $\angle BEC$ ?

त्रिभुज ABC में  $\angle$ B = 72° तथा  $\angle$ C = 44° है। भुजा BC को D तक बढ़ाया जाता है।  $\angle$ B तथा  $\angle$ ACD के समद्विभाजक E पर मिलते हैं।  $\angle$ BEC का मान क्या होगा?

SSC CGL 13/06/2019 (Shift- 03)

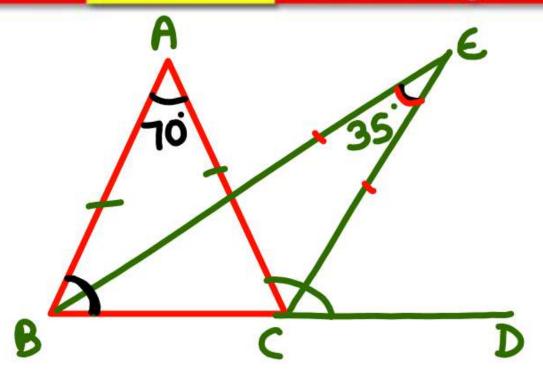
(a) 58°

(c) 32°

(b) 46°

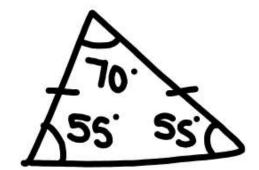
(d) 36°

### BY ADITYA RANJAN SIR

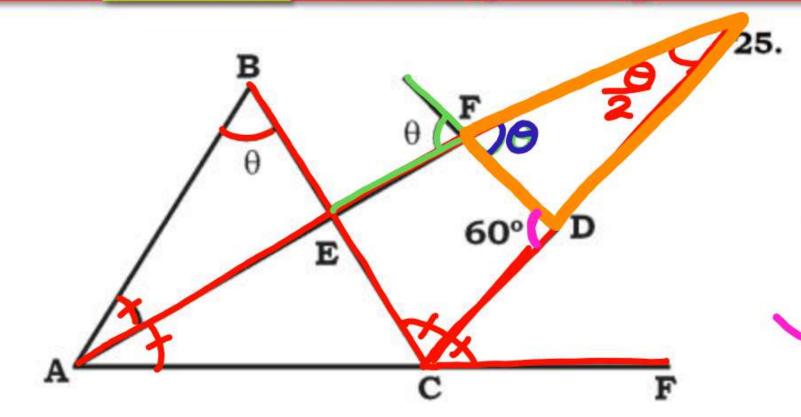


The side BC of  $\triangle$ ABC is produced to D. The bisectors of  $\angle$ ABC and  $\angle$ ACD meet at E. If AB = AC and  $\angle$ BEC = 35°, then the measure of  $\angle$ ABC will be:

△ABC की भुजा BC, को D तक बढ़ाया जाता है। ∠ABC और ∠ACD के समद्भिभाजक बिन्दु E पर मिलते हैं। यदि AB = AC हैं और ∠BEC = 35° है, तो ∠ABC का माप ज्ञात करें।



### BY ADITYA RANJAN SIR



In the given figure AF is angle bisector of angle BAC and CD is exterior biscetor of angle BC  $\vdash$  then what will be value of  $\theta$ ?

दिए गए चित्र में, AF, ∠ABC का आंतरिक कोण समद्विभाजक है। जबिक भुजा CD ∠BC निका बाह्य कोण समद्विभाजक है।  $\theta$  का मान ज्ञात करें।

(a) 40°

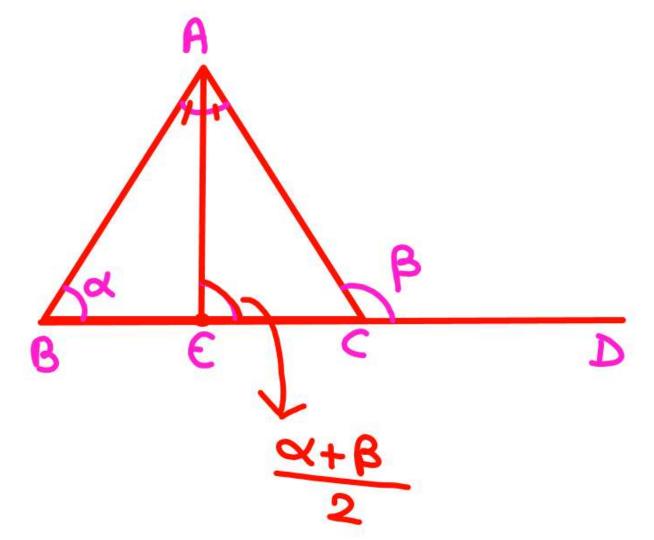
(b) 45°

(c) 48°

(d) 30°

$$0 = 40$$
.  
 $0 = 40$ .  
 $0 = 40$ .  
 $0 = 40$ .

# PROPERTY 06



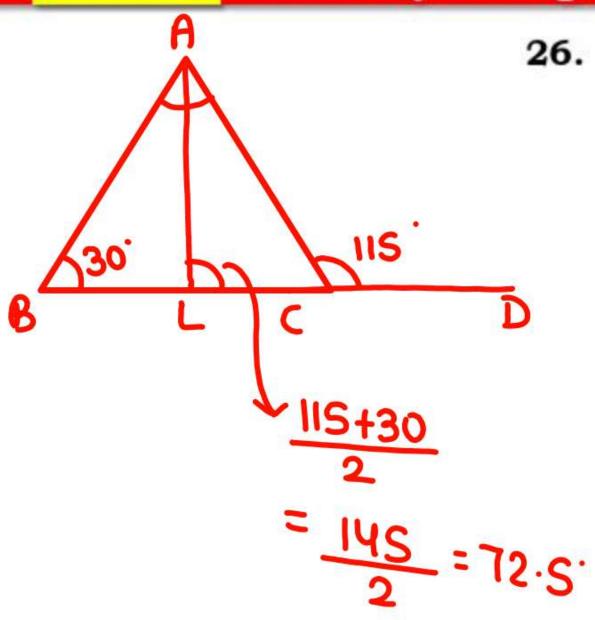
# Property / गुणधर्म - 06

In  $\triangle ABC$ , the side BC produced to D and angle bisector of  $\angle A$  meets BC at E then

$$\angle ABC + \angle ACD = \angle AEC.$$

 $\triangle$ ABC में भुजा BC को D तक बढ़ाया गया है और  $\angle$ A का समद्विभाजक भुजा BC से बिन्दु E पर मिलता है, तो  $\angle$ ABC +  $\angle$ ACD = 2  $\angle$ AEC

### BY ADITYA RANJAN SIR

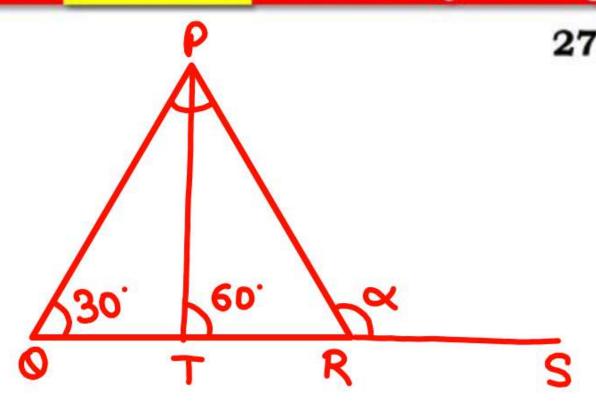


26. The side BC of  $\triangle$ ABC is produced to a point D. The bisector of  $\angle$ A meets side BC in L. If  $\angle$ ABC = 30° and  $\angle$ ACD = 115°, find  $\angle$ ALC.

△ABC में भुजा BC को D तक बढ़ाया गया है और ∠A का समद्विभाजक भुजा BC से बिन्दु L पर मिलता है,यदि ∠ABC = 30° तथा ∠ACD = 115° है तो ∠ALC का मान ज्ञात कीजिए।

- (a) 57.5°
- (c) 60°

### BY ADITYA RANJAN SIR



$$\frac{1}{30+\alpha} = \frac{1}{30+\alpha} = \frac{1$$

27. The side QR of  $\triangle PQR$  is produced to a point S. The bisector of  $\angle P$  meets side QR in T. If  $\angle PQR = 30^{\circ}$  and  $\angle PTR = 60^{\circ}$ , find  $\angle PRS$ .

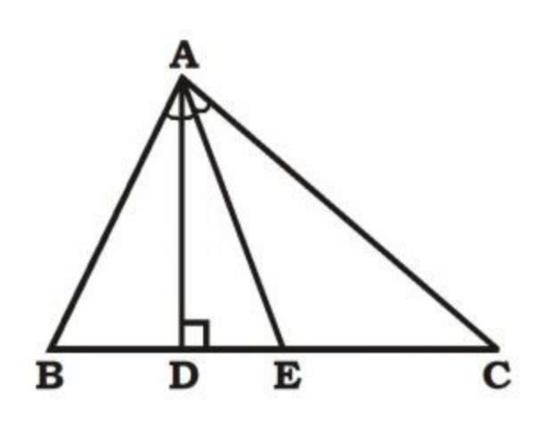
 $\Delta PQR$  में भुजा QR को S तक बढ़ाया गया है और  $\angle P$  का समद्विभाजक भुजा QR से बिन्दु T पर मिलता है, यदि  $\angle PQR = 30^{\circ}$  तथा  $\angle PTR = 60^{\circ}$  है तो  $\angle PRS$  का मान ज्ञात कीजिए।

(a) 55°

- (b) 75°
- (d) 60°

# PROPERTY 07

# Property / गुणधर्म - 07

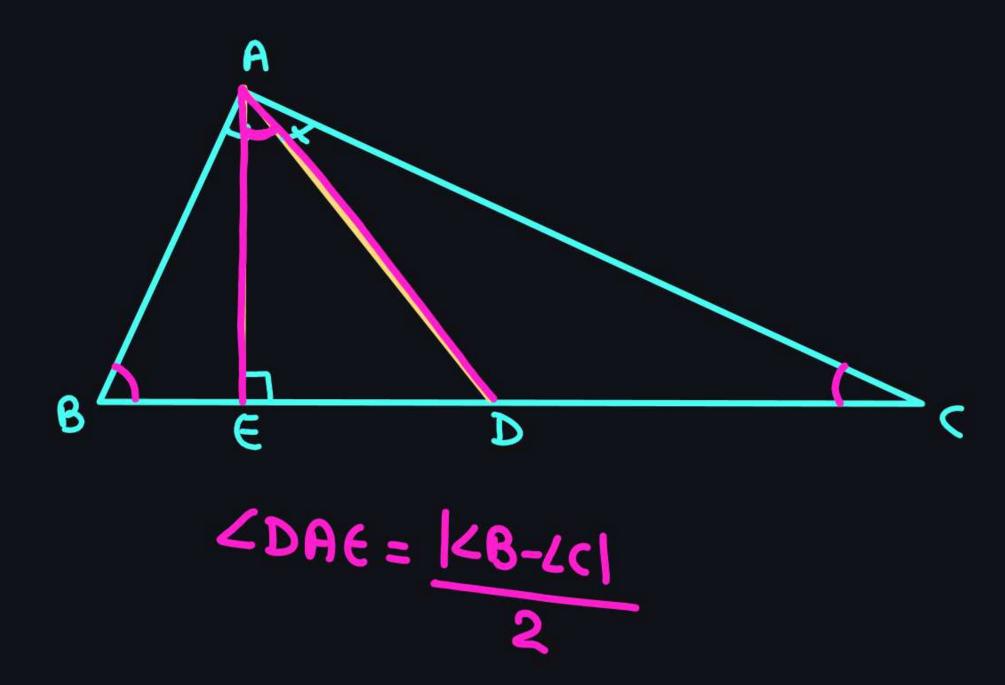


The angle between perpendicular drawn by a vertex to opposite side and angle bisector of the vertex angle is half of difference between other two remaining vertex angles.

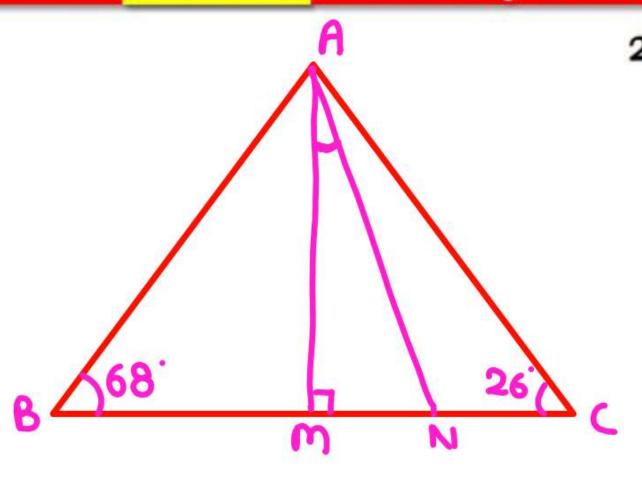
शीर्ष से विपरीत भुजा पर डाले गए लम्ब और शीर्ष कोण के समद्विभाजक के बीच का कोण शेष दो शीर्ष कोणों के अंतर का आधा होता है।

AD  $\perp$  BC and AE is angle bisector of  $\angle$ A

Then 
$$\angle DAE = \frac{\angle B - \angle C}{2}$$



### BY ADITYA RANJAN SIR



In △ABC, M and N are the points on the side BC such that AM ⊥ BC, AN is the bisector of ∠A and M lies between B and N, If ∠B = 68°, ∠C = 26°, then the measure of ∠MAN is ?

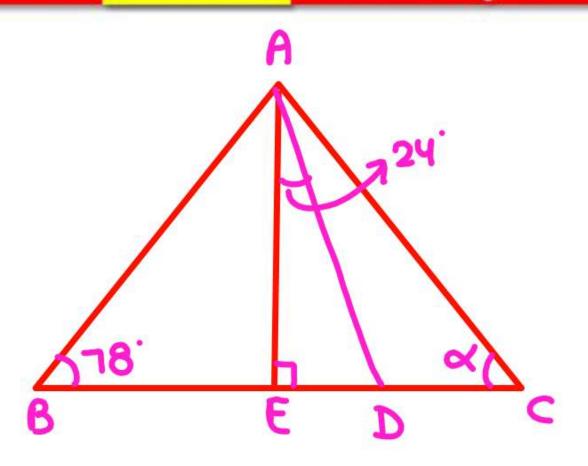
△ABC में M और N भुजा BC पर बिन्दु है जैसे AM ⊥ BC, AN, ∠A का द्विभाजक है। M, B और N के बीच स्थित है। यदि ∠B = 68°, ∠C = 26° है, तो ∠MAN का माप है:

 SSC CGL Tier-II (16/11/2020)

(b) 22°

(d) 21°

### BY ADITYA RANJAN SIR



$$39.9$$
  $(8=38-8)$   $= 38.9$ 

29. In  $\triangle ABC$ ,  $\angle B = 78^{\circ}$ , AD is a bisector of  $\angle A$  meeting BC at D, and  $AE \perp BC$  at E. If  $\angle DAE = 24^{\circ}$ , then the measure of  $\angle ACB$  is:

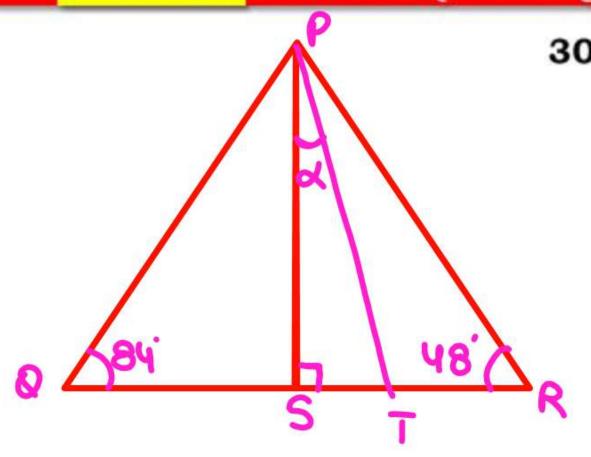
△ABC में, ∠B =  $78^{\circ}$  है, ∠A का समद्विभाजक AD है जो BC से बिंदु D पर मिलता है और बिंदु E पर AE  $\perp$  BC है। यदि ∠DAE =  $24^{\circ}$  है, तो ∠ACB की माप क्या है?

(a) 38°

(c) 32°

(b) 30° (d) 42°

### BY ADITYA RANJAN SIR



30. In  $\triangle PQR$ ,  $\angle Q = 84^{\circ}$ ,  $\angle R = 48^{\circ}$ , PS  $\perp QR$  at S and the bisector of  $\angle P$  meet QR at T. What is a measure of  $\angle SPT$ ?

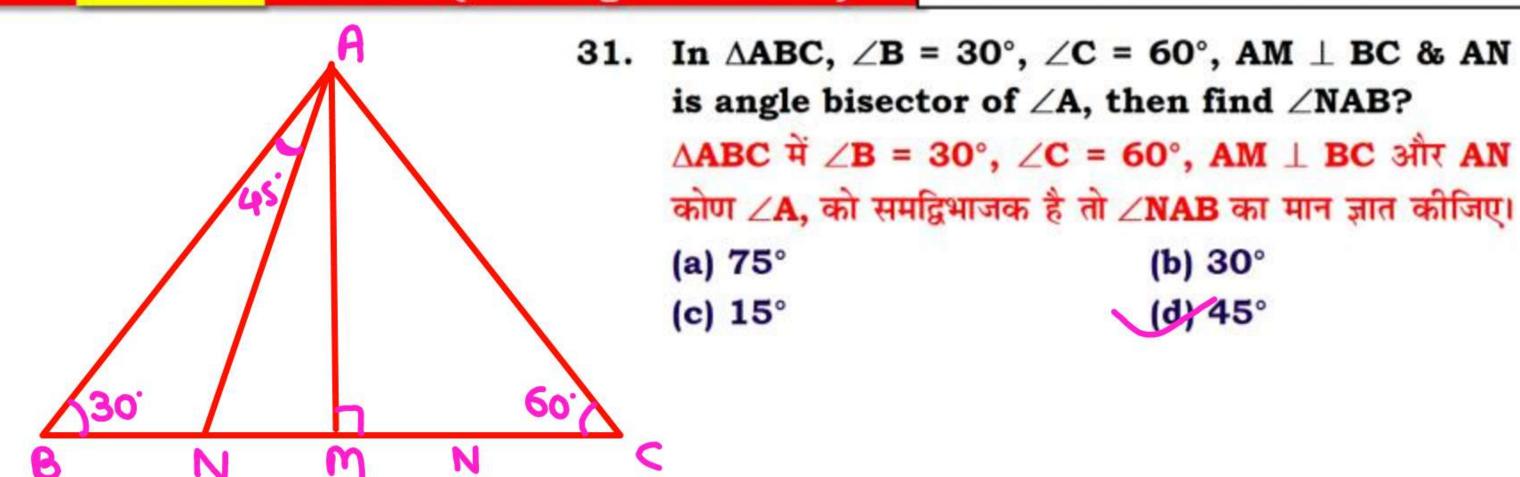
 $\Delta$ PQR में  $\angle$ Q = 84°,  $\angle$ R = 48°, PS  $\bot$  QR और  $\angle$ P का द्विभाजक QR से T पर मिलता है।  $\angle$ SPT का मान क्या होगा?

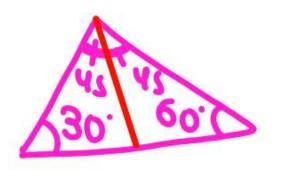
- (a) 21°
- (c) 24°

SSC CGL Tier-II (15/11/2020)
(b) 12°
(d) 18°

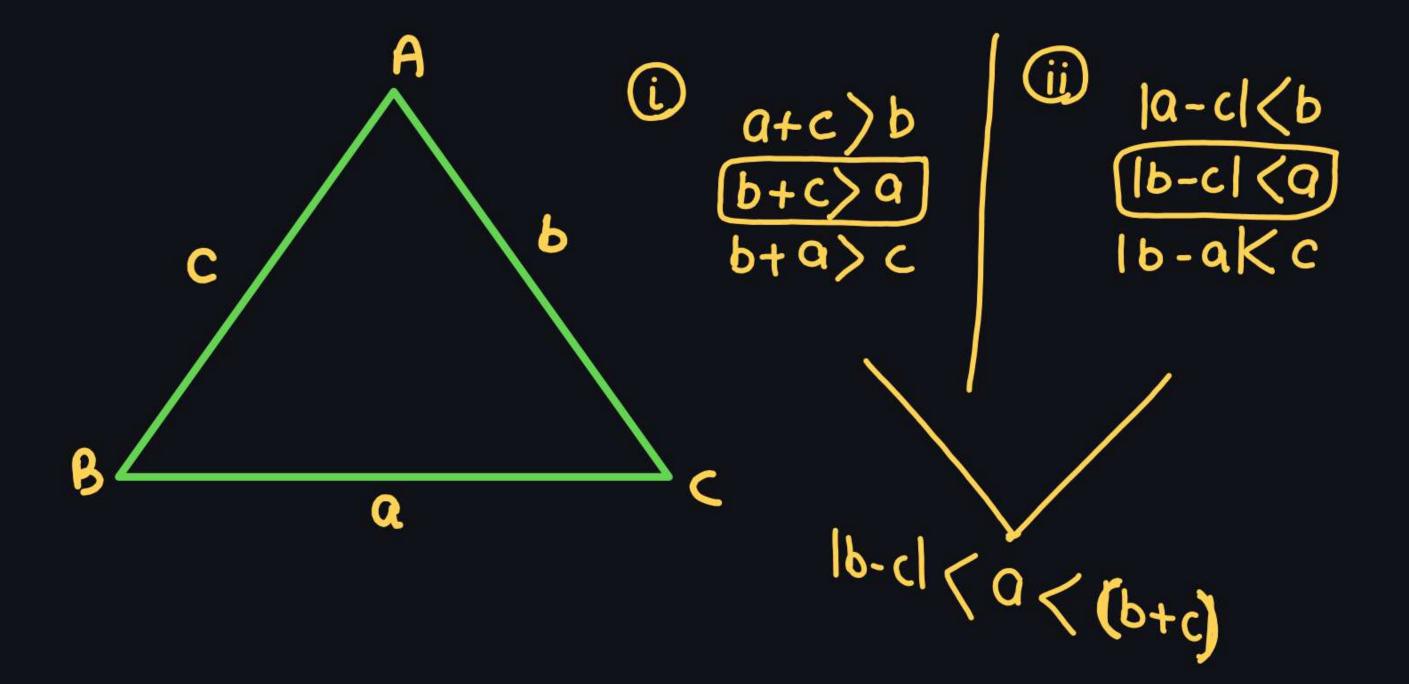
$$\alpha = \frac{5}{84 - 48} = \frac{3}{36} = 18$$

### BY ADITYA RANJAN SIR

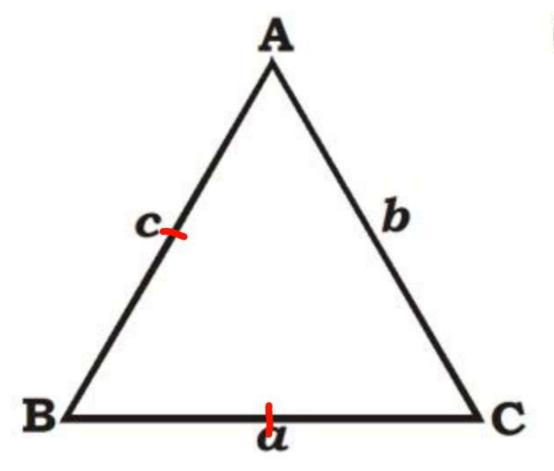




# PROPERTY 08



# Property / गुणधर्म - 08



(i) Sum of any two sides of a triangle is always greater than the third side, i.e.

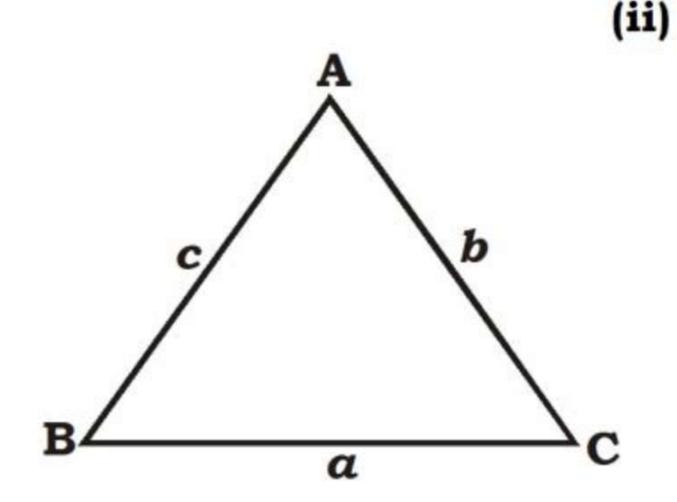
किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का योगफल तीसरी भुजा से हमेशा बड़ा होता है। अर्थात्

$$a+b>c$$

$$b+c>a$$

$$c + a > b$$

### BY ADITYA RANJAN SIR



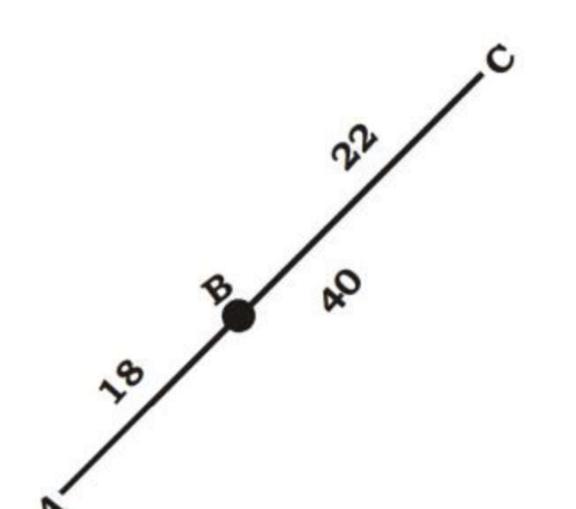
Difference of any two sides of a triangle is always smaller than the third side.

किसी त्रिभुज की दो भुजाओं का अंतर तीसरी भुजा से हमेशा छोटा होता है। अर्थात्

$$|a - b| < c$$
 $|b - c| < a$ 
 $|c - a| < b$ 

(Here, | | is the symbol for module)

### Note:-



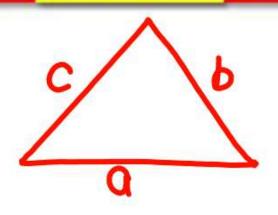
- When one side is longer, the sum of the other two, they don't meet.
  - जब किसी त्रिभुज में तीसरी भुजा की लंबाई शेष दोनों भुजाओं के योगफल से अधिक हो तो दोनों भुजाएँ मिलती नहीं हैं।
- When one side is equal to the sum of other two sides, it is not a triangle (just a straight line back and forth)

जब एक भुजा की लंबाई शेष दोनों भुजाओं के योग के बराबर हो, तो यह त्रिभुज नहीं होता। (बल्कि यह एक सीधी रेखा होती है)

i.e., if  $\alpha + b = c$  then point A, B and C are collinear.

अर्थात् यदि  $\alpha + b = c$  है, तो बिन्दु A, B और C समरैखिक होंगे।

### BY ADITYA RANJAN SIR



 Select the correct statement about the properties of a triangle.

त्रिभुज के गुणधर्मों के बारे में सही कथन का चयन कीजिये।

SSC Phase XII 24/06/2024 (Shift-03)

b+c = a

(a) The sum of two sides may be equal to the third side./दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा के बराबर हो सकता है।

b+(= a

(b) The sum of two sides is always equal to the third side./दो भुजाओं का योग सदैव तीसरी भुजा के बगुबर होता है।

b+c>a

(c) The sum of two sides is always greater than the third side/दो भुजाओं का योग सदैव तीसरी भुजा से अधिक होता है।

p+(<0

(d) The sum of two sides is always less than the third side./दो भुजाओं का योग सदैव तीसरी भुजा से कम होता है।

### BY ADITYA RANJAN SIR

33. The three sides of a triangle are 12, 17 and x units. Which of the following options is correct?

एक त्रिभुज की तीन भुजाएँ 12, 17 और 🗴 इकाई हैं। निम्नलिखित में से कौन सा विकल्प सही है?

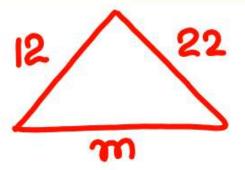
### SSC CGL 20/07/2023 (Shift-03)

(b) 
$$5 \le x < 29$$

(c) 
$$5 \le x \le 29$$

(d) 
$$5 < x \le 29$$

### BY ADITYA RANJAN SIR





34. If the three sides of a triangle are 12, 22 and m units, then which of the following is correct?

यदि किसी त्रिभुज की तीन भुजाएँ 12, 22 और m इकाई हैं, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सही है?

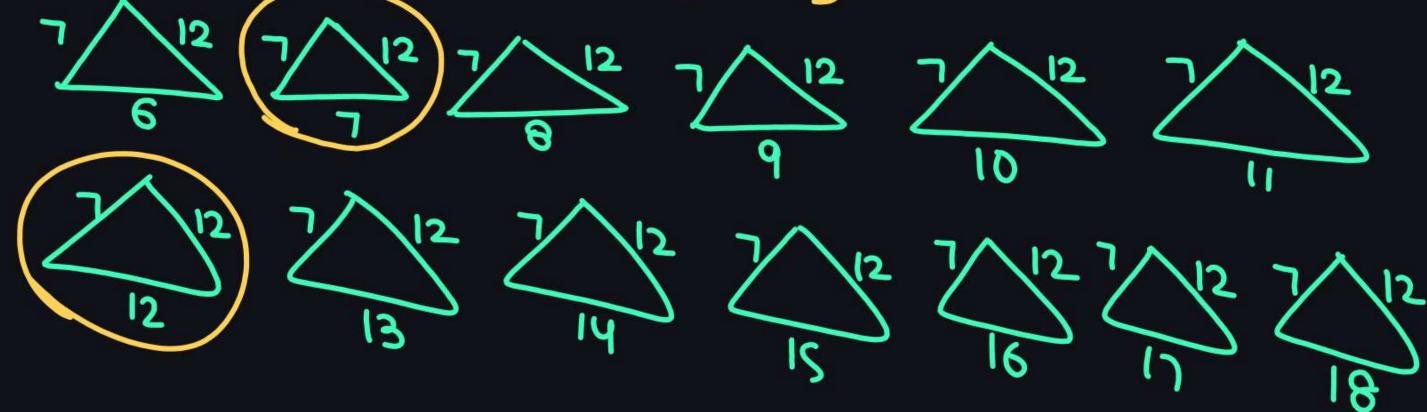
SSC CPO 28/06/2024 (Shift-02)

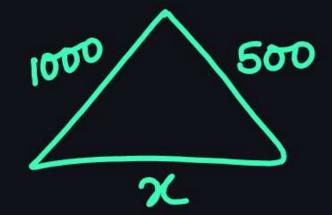
(a) 
$$10 \le m \le 34$$

(c) 
$$10 \le m \le 34$$

(d) 
$$10 < m \le 34$$

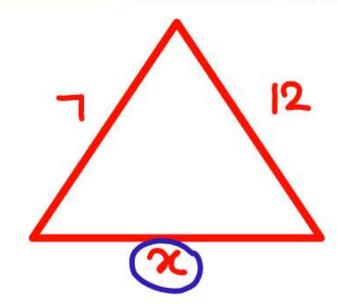
# Trick:





$$m = 500 \times 2 - 1$$
 $= 999$ 

### BY ADITYA RANJAN SIR



$$x = 13$$

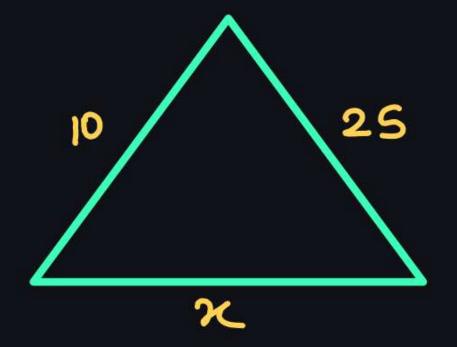
35. If the sides of a triangle are 7, 12 and x, and x is an integer, then find the number of possible values of x.

यदि किसी त्रिभुज की भुजाएँ 7, 12 और x हैं, और x एक पूर्णांक है, तो x के संभावित मानों की संख्या ज्ञात कीजिए।

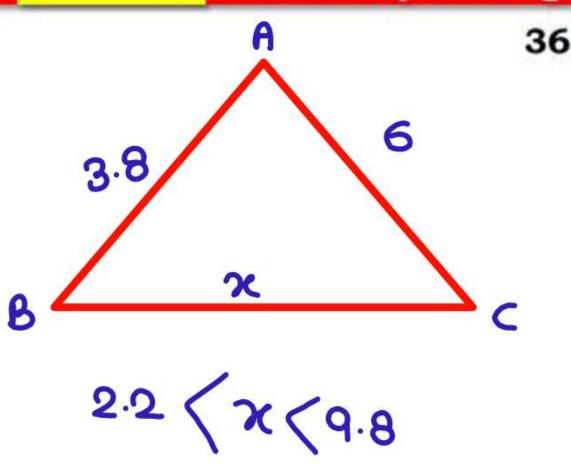
(a) 14

(c) 15

SSC CPO 28/96/2024 (Shift-02)
(b) 13



### BY ADITYA RANJAN SIR



A scalene triangle ABC has two sides whose measures are 3.8 cm and 6 cm, respectively. Which of the following CANNOT be the measure (in cm) of its third side?

एक विषमबाहु त्रिभुज ABC की दो भुजाओं की माप क्रमशः 3.8 सेमी और 6 सेमी हैं। निम्निलिखित में से कौन-सी इसकी तीसरी भुजा की माप (सेमी में) नहीं हो सकती है?

SSC CPO 29/06/2024 (Shift-03)

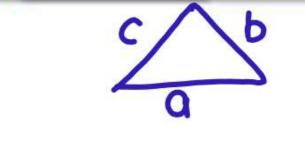
(a) 3.0

(c) 2.4

(b) 2.7

d) Z.2

### BY ADITYA RANJAN SIR



Among the following options, which are NOT sides of a triangle?

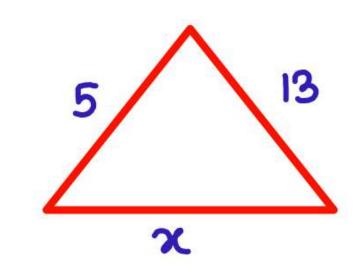
निम्नलिखित विकल्पों में से कौन-सा विकल्प, त्रिभुज की भुजाएँ नहीं हैं?

SSC CHSL 01/06/2022 (Shift-02)

3 (15(21 (a) 12 cm, 9 cm and 15 cm 0 (20(40 (b) 20 cm, 20 cm and 20 cm 1 (5 (7 (c) 3 cm, 5 cm and 4 cm 5 (4) 3 cm, 5 cm and 1 cm



### BY ADITYA RANJAN SIR



$$mo. = 5x2-1$$
 $= (9)$ 

38. Two sides of a triangle are 13 cm of 5 cm. how many values of 3rd side are possible where length of 3rd side is an integer.

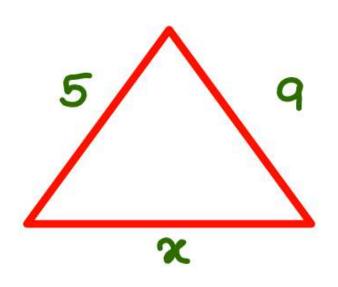
किसी त्रिभुज की दो भुजाओं की लंबाई 13 सेमी और 5 सेमी है। तीसरी भुजा की लंबाई के कितने मान संभव हैं जहाँ तीसरी भुजा की लंबाई एक पूर्णांक है?

- (a) 8
- (c) 10

(b) 9

d) 11

### BY ADITYA RANJAN SIR



39. Three sides of a triangle are 5 cm, 9 cm, and x cm. The minimum integral value x is.

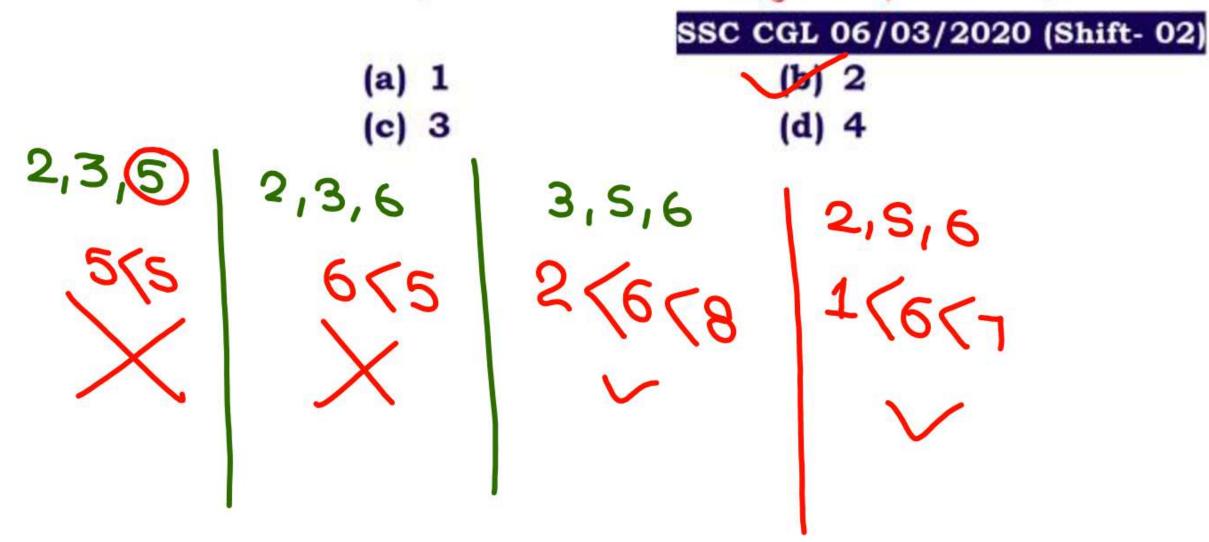
किसी त्रिभुज की तीन भुजाएँ 5 सेमी, 9 सेमी और x सेमी है। x का न्यूनतम पूर्णांक मान है :

- (a) 2
- (c) 4

### BY ADITYA RANJAN SIR

40. How many triangles can be formed by taking any three from the four line segments of lengths, 2 cm, 3 cm, 5 cm and 6 cm?

चार रेखार्खंडों 2 सेमी, 3 सेमी, 5 सेमी और 6 सेमी में से किन्हीं तीन को लेकर कितने त्रिभुज बनाए जा सकते हैं?



# BY ADITYA RANJAN SIR

41. Taking only three line segments, out of the segment of length 2 cm, 4 cm, 6 cm, 7 cm and 8 cm the number of triangles that can be formed?

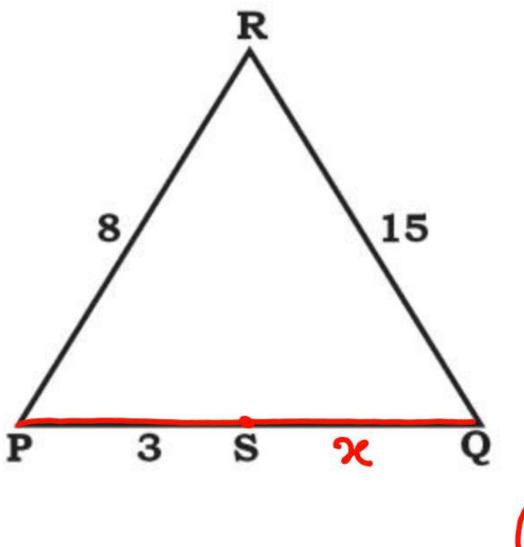
रेखाखंडों 2 सेमी, 4 सेमी, 6 सेमी, 7 सेमी और 8 सेमी में से किन्हीं तीन को लेकर कितने त्रिभुज बनाए जा सकते हैं?

$$\frac{(2,4,6)}{(2,4,7)} \frac{(2,4,8)}{(2,4,8)} \stackrel{(a)}{(c)} \stackrel{2}{4} \stackrel{(b)}{(d)} \stackrel{3}{6}$$

$$(2,6,7) \frac{(2,4,7)}{(2,4,8)} \stackrel{(a)}{(c)} \stackrel{2}{4}$$

$$(2,6,7)$$
  $(2,6,8)$   $(2,7,8)$   $(4,6,8)$   $(4,7,8)$   $(6,7,8)$ 

### BY ADITYA RANJAN SIR



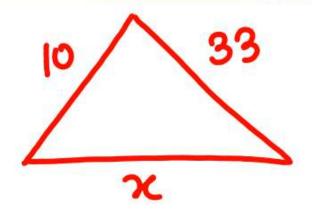
42. In the diagram below of triangle PQR, S is a point on PQ, PR = 8cm, PS = 3cm and QR = 15cm. Then the length of SQ could be.

दिए गए चित्र में त्रिभुज PQR में, S, PQ रेखाखण्ड पर एक बिंदु है, PR = 8 सेमी, PS = 3 सेमी और QR = 15 सेमी है तो SQ की लंबाई हो सकती है।

(a) 4cm (c) 20cm

(b) 13cm

### BY ADITYA RANJAN SIR



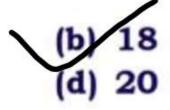
$$ag(x) = ag(x)$$

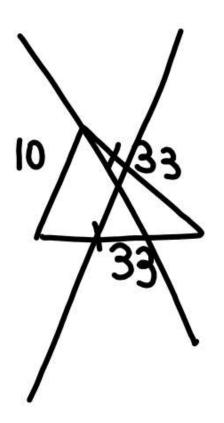
$$= ag(x)$$

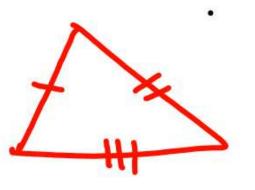
43. Two of the sides of a scalene triangle are 10 and 33. How many different integral values third side can take?

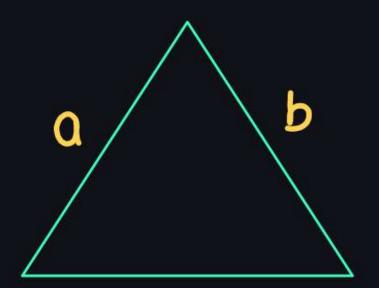
किसी विषमबाहु त्रिभुज की दो भुजाओं की लंबाई 10 सेमी और 33 सेमी है। तीसरी भुजा के अलग-अलग कितने पूर्णांक मान संभव हैं?

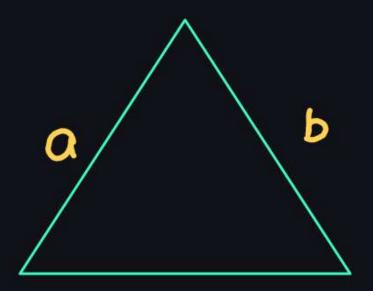
- (a) 17
- (c) 19



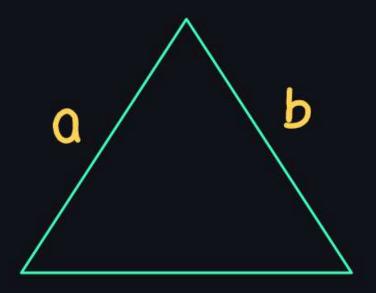






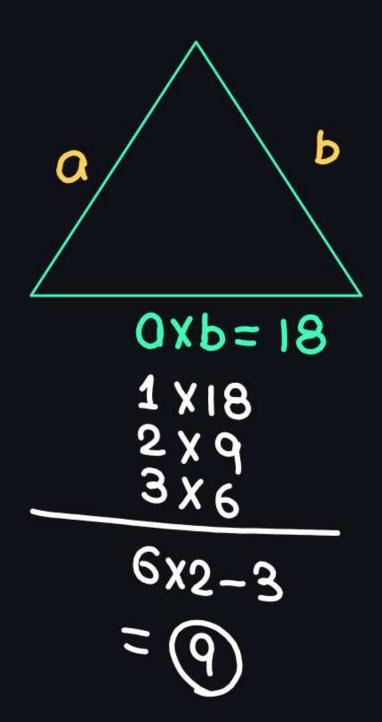


$$Q+b=8$$

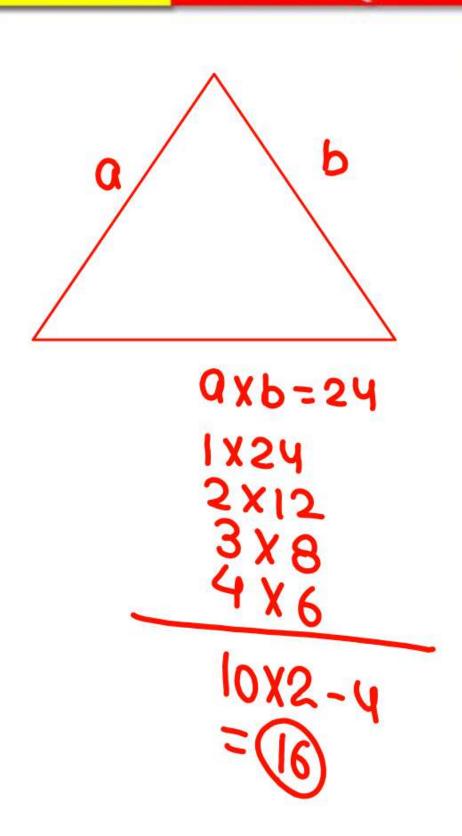


$$0xb = 12$$
 $1x12$ 
 $2x6$ 
 $3x4$ 

Trick  $6x2-3$ 
 $= (9)$ 



### BY ADITYA RANJAN SIR

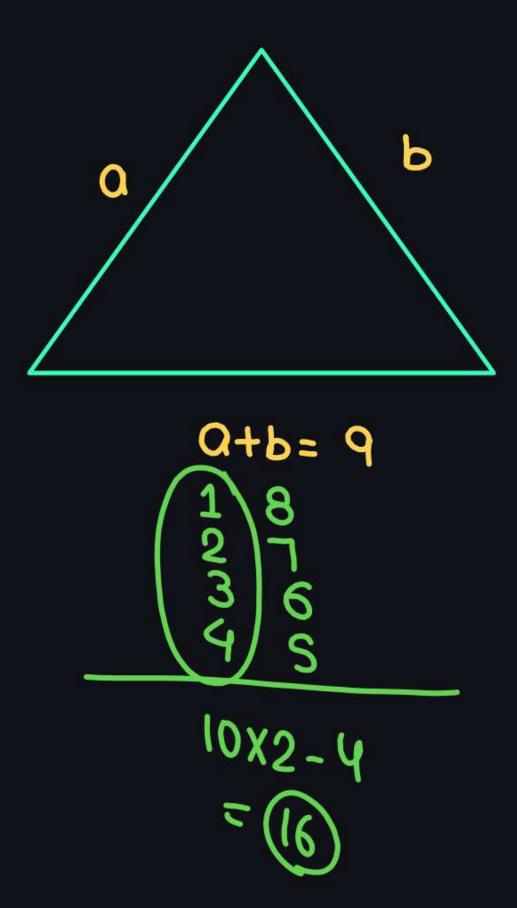


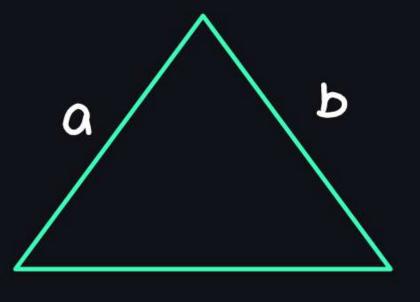
44. If a and b are the lengths of two sides of a triangle such that the product ab = 24, where a and b are integers, then how many such triangles are possible?

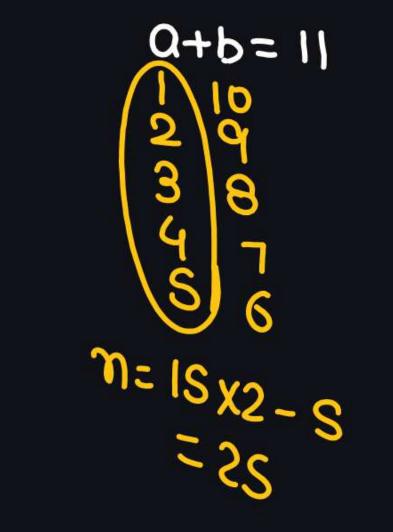
यदि a और b एक त्रिभुज की दो भुजाओं की लंबाई इस प्रकार है कि गुणनफल ab = 24 है, जहाँ a और b पूर्णांक हैं, तो ऐसे कितने त्रिभुज संभव हैं?

SSC CHSL 12/04/2021 (Shift- 03)

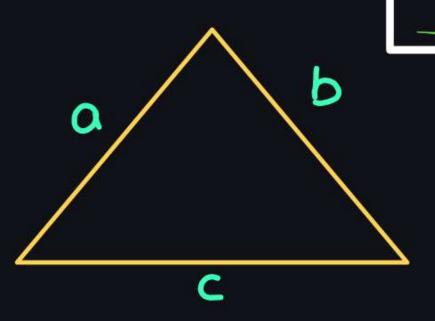
- (a) 15
- (c) 18

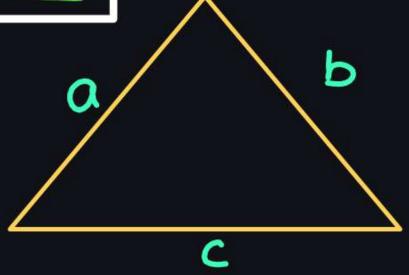






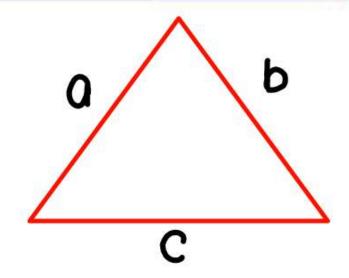
Special Note:





$$\omega = \frac{(b+3)_3}{(b+3)_5}$$

### BY ADITYA RANJAN SIR



45. The perimeter of a triangle with sides of integer values is equal to 13. How many such triangles are possible?

पूर्णांक मानों की भुजाओं वाले त्रिभुज का परिमाप 13 के बराबर है। ऐसे कितने त्रिभुज बनना संभव हैं?

$$\Omega + b + c = 13$$

$$\Omega = \frac{(13+3)^2}{48} = \frac{16 \times 16}{483} = 5.33 \approx 5$$

### SSC CGL 05/12/2022 (Shift-03)

- (b) 8
- (d) 6

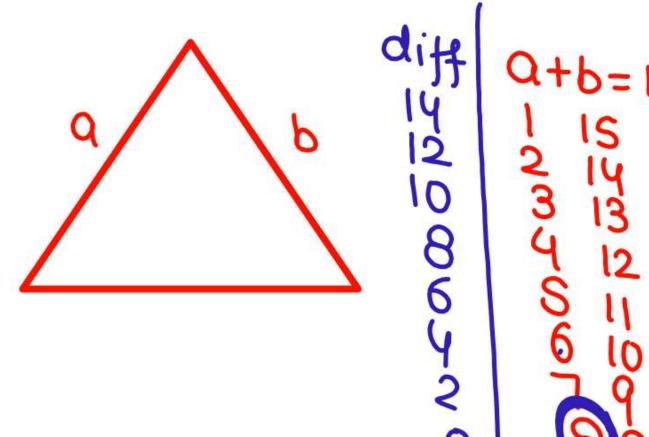
46. How many isosceles triangle with integer sare possible such that the sum of two of sides is 16 cm?

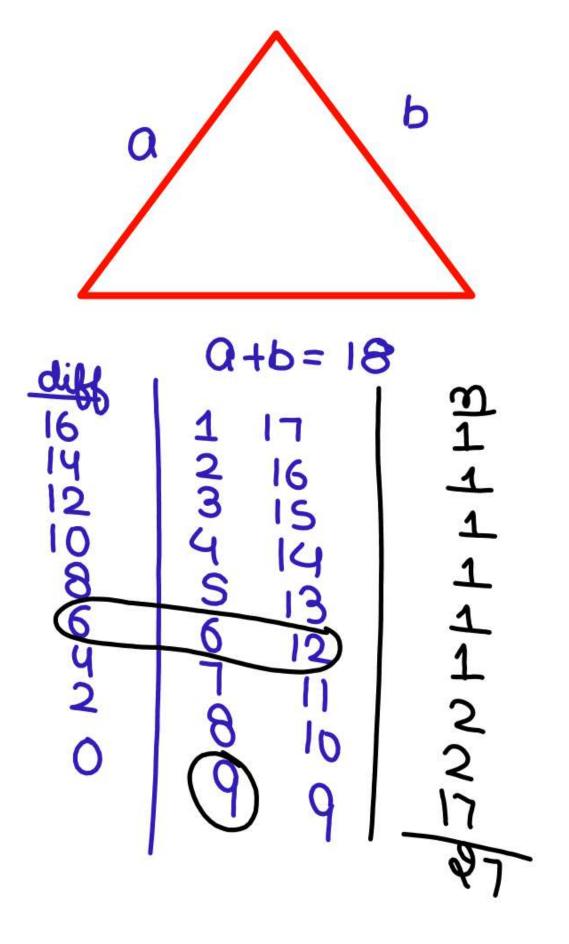
पूर्णांक भुजाओं वाले ऐसे कितने समद्विबाहु त्रिभुज सं कि दो भुजाओं का योग 16 सेमी हो?

### SSC CHSL 13/04/2021 (Shift

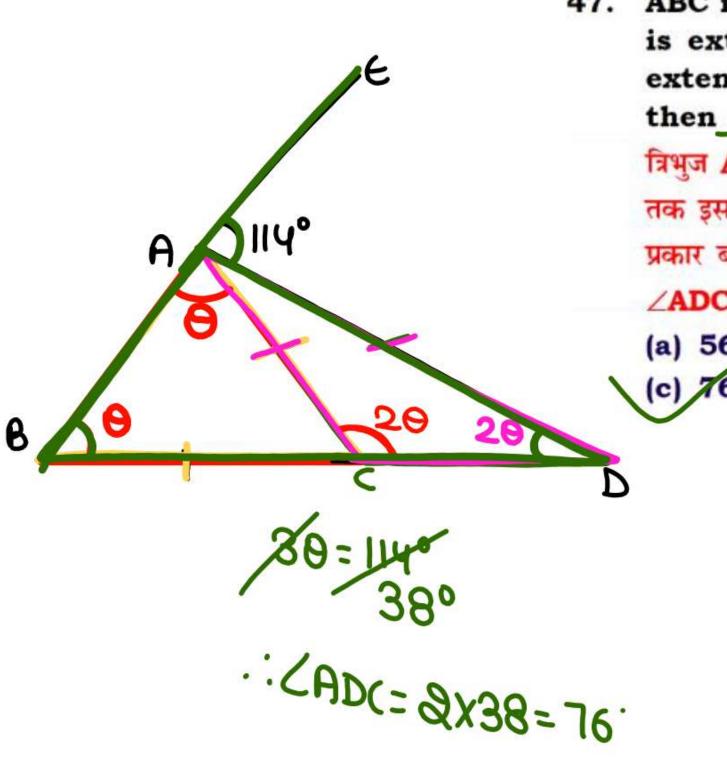
- (a) 18
- (c) 9

- (b) 15
- (d) 24





# MISCELLANEOUS QUESTIONS



47. ABC is an isosceles triangle in which BC = AC. BC is extended to D such that AC = AD and BA is extended to E such that AE > AB. If \( \angle EAD = 114^\circ\), then \( ADC \) is:

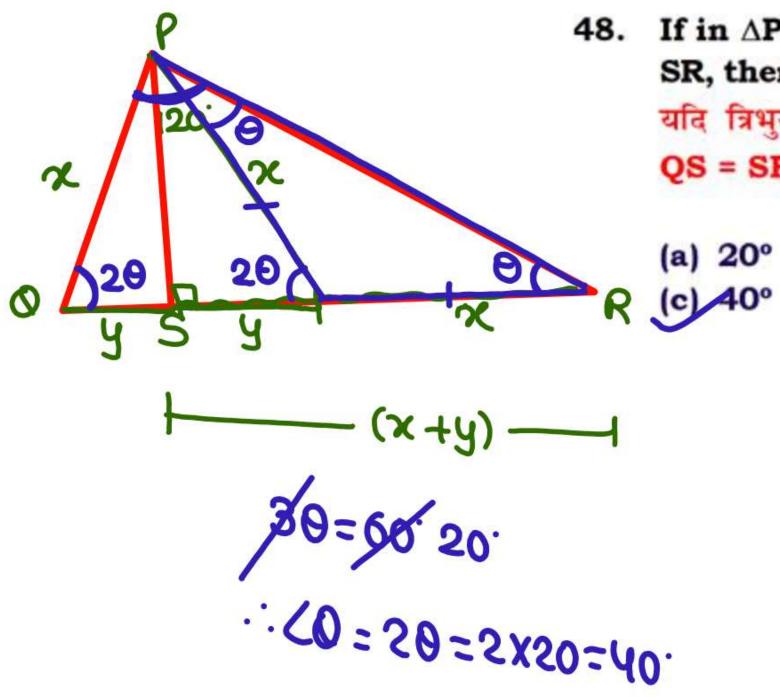
त्रिभुज ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें BC = AC है। BC को D तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि AC = AD और BA को E तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि AE > AB है। यदि ∠EAD = 114° है, तो ∠ADC का मान है :

(a) 56°

(b) 66°

(d) 95°

### BY ADITYA RANJAN SIR



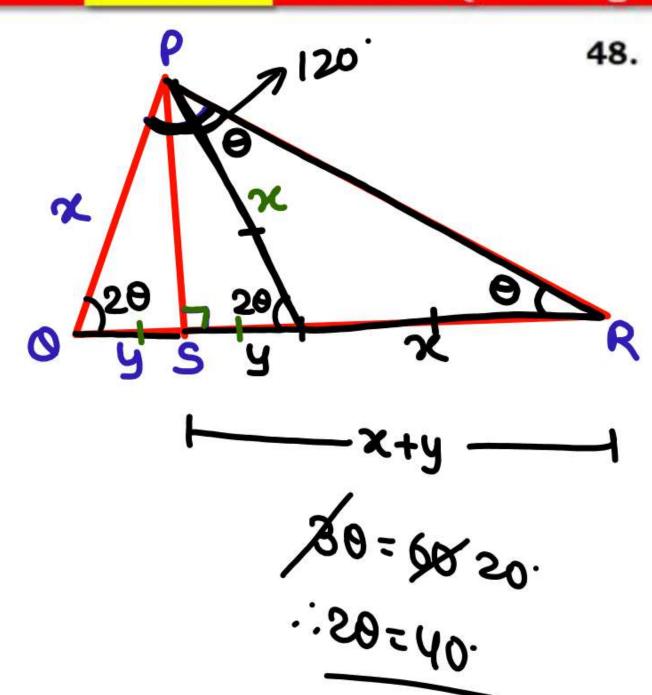
48. If in  $\triangle PQR$ ,  $\angle P = 120^{\circ}$ , PS  $\perp QR$  at S and PQ + QS = SR, then the measure of  $\angle Q$  is:

यदि त्रिभुज PQR में ∠P = 120°, S पर PS ⊥ QR और PQ + QS = SR है, तो ∠Q का मान ज्ञात करें।

### SSC CGL Tier-II (13/09/2019)

- (b) 50°
- (d) 30°

### BY ADITYA RANJAN SIR



48. If in  $\triangle PQR$ ,  $\angle P = 120^{\circ}$ , PS  $\perp QR$  at S and PQ + QS = SR, then the measure of  $\angle Q$  is:

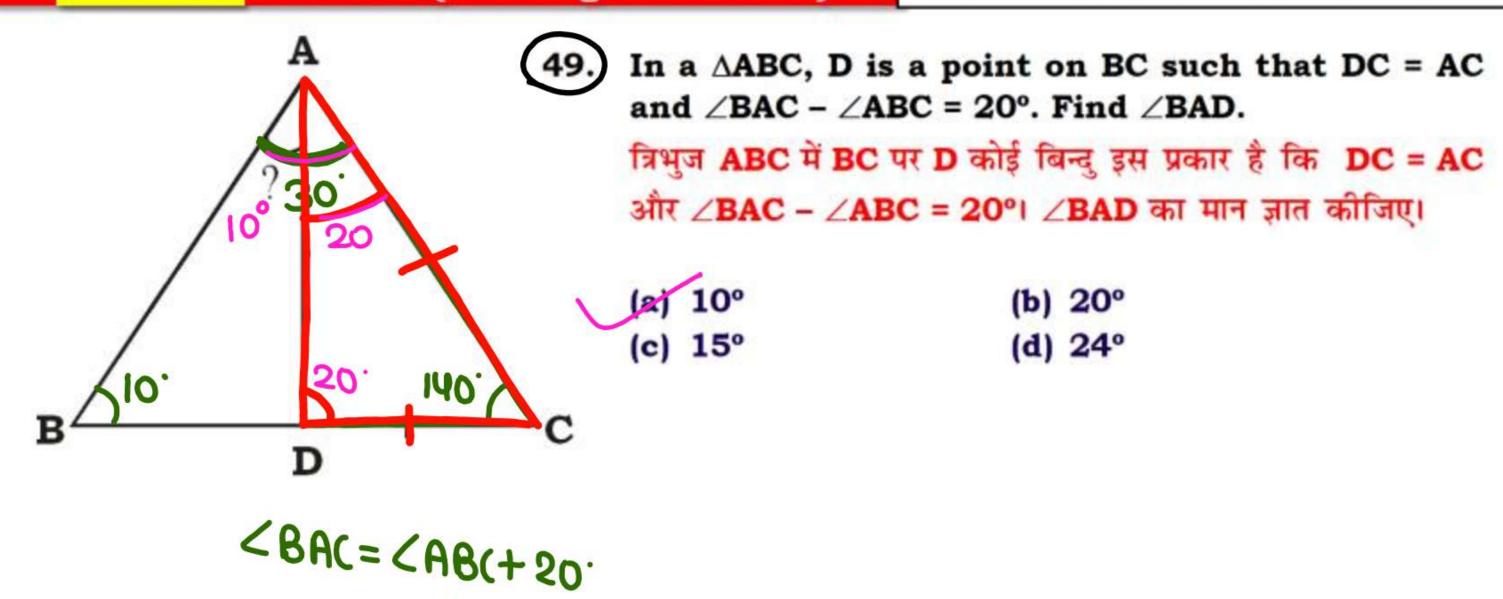
यदि त्रिभुज PQR में ∠P = 120°, S पर PS ⊥ QR और PQ + QS = SR है, तो ∠Q का मान ज्ञात करें।

SSC CGL Tier-II (13/09/2019)

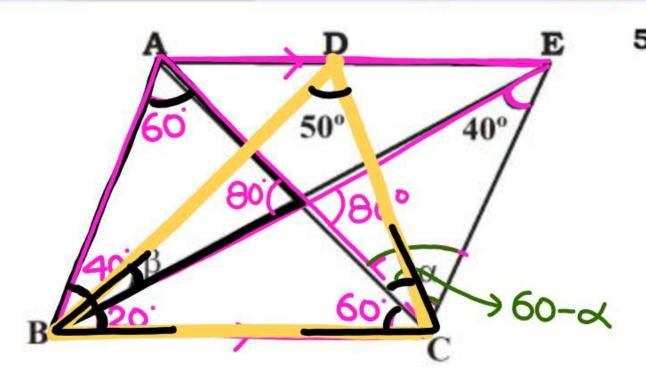
- (a) 20°
  - c) 40°

- (b) 50°
- (d) 30°

## BY ADITYA RANJAN SIR



### BY ADITYA RANJAN SIR



50. In the figure shown AE || BC and ΔBAC is equilateral triangle. Find the value of α - β, where ∠BDC = 50°, ∠BEC = 40°, ∠DCE = α and ∠DBE = β. दिये गये चित्र में AE || BC और ΔBAC एक समबाहु त्रिभुज है। α - β का मान ज्ञात कीजिए जहाँ ∠BDC = 50°, ∠BEC = 40°, ∠DCE = α और ∠DBE = β.
(a) 8°
(b) 10°

$$50 + \beta + 50 + 60 + 60 - \alpha = 180.$$

$$5) | 100 + \beta - \alpha = 180.$$

$$6) | 100 + \beta - \alpha = 180.$$

(c) 12°