TYPES OF TRIANGLE
त्रिभुजों के प्रकार
CLASS NOTES
BY ADITYA RANJAN

Types of Triangle/ त्रिभुजों के प्रकार

Triangles are classified on the basis of angles and sides

त्रिभुजों को उनके कोणों और भुजाओं के आधार पर वर्गीकृत किया गया है।

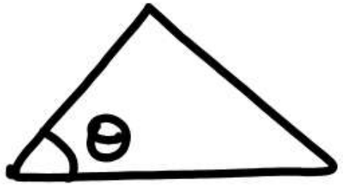
Triangle

Side

- Equilateral △
- Isosceles △
- Scalene △

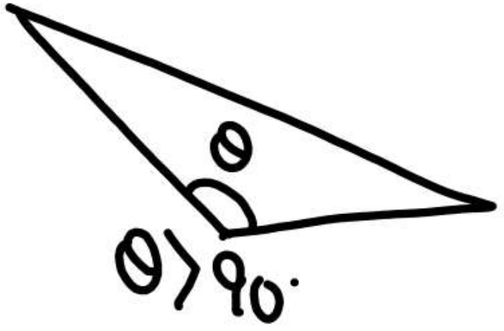
Angle

- Acute angled △ ($\theta < 90$)

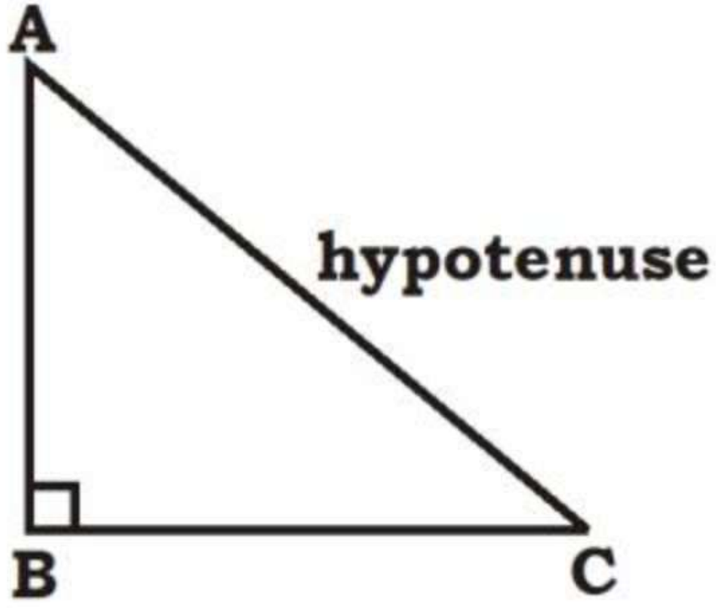


- Right " "

- Obtuse " "



Right Angled Triangle / समकोण त्रिभुज



If one of the angles of a triangle is right angle, then the triangle is called right-angled triangle. In the figure, ∠B = 90°, then ΔABC is right-angled triangle.

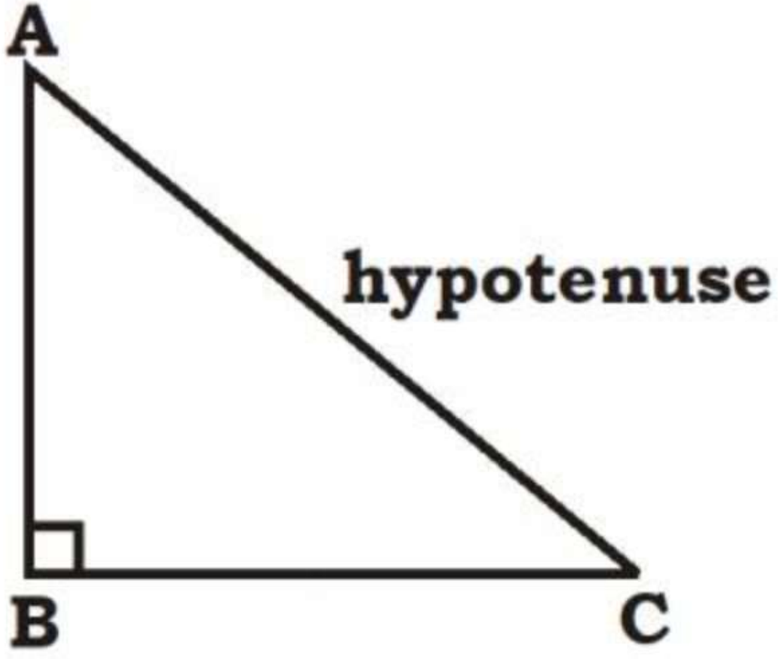
यदि किसी त्रिभुज का एक कोण समकोण हो, तो त्रिभुज समकोण त्रिभुज कहलाता है। दी गई आकृति में, **∠B = 90°** है, इसलिए **ΔABC** समकोण है।

In right angled triangle, side opposite to right angle is known as hypotenuse.

किसी समकोण त्रिभुज में समकोण के विपरीत भुजा कर्ण कहलाती है।

Properties of a Right-angled Triangle

समकोण त्रिभुज की विशेषताएं



(i) (a) **Exactly one of the angle is right angle, i.e. $\angle B = 90°$**

एक कोण समकोण होता है अर्थात् $\angle B = 90°$

(b) **Exactly two angles will be acute.**

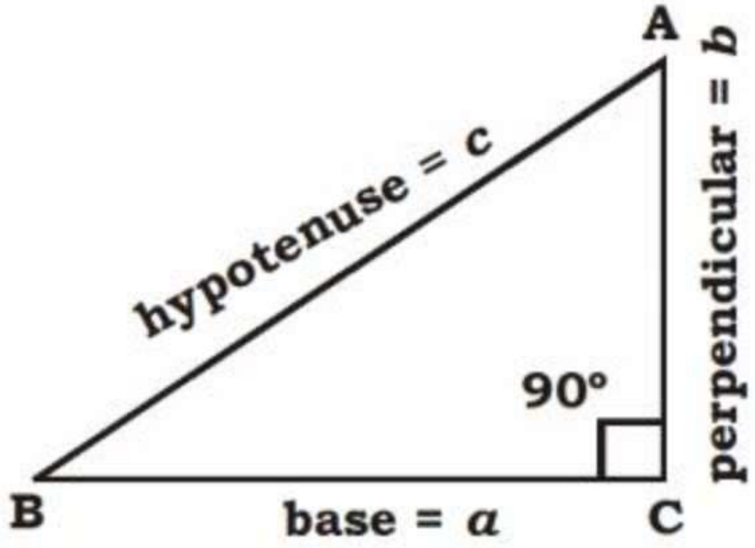
दो कोण न्यूनकोण होंगे।

$0° < \angle A < 90°, \angle C < 90°$

(c) **One angle is equal to the sum of other two angle, i.e.**

एक कोण अन्य दो कोणों के योगफल के बराबर होता है।

$\angle B = \angle A + \angle C = 90°$



(ii) (a) Pythagoras Theorem : In a right triangle, the square of the hypotenuse is equal to the sum of the square of the other two sides.

पायथागोरस प्रमेय : किसी समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।

If a, b and c be three sides of a right-angled triangle, then according to the Pythagoras Theorem,

यदि a, b और c किसी समकोण त्रिभुज की तीन भुजाएँ हों, तो पायथागोरस प्रमेय के अनुसार

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Example : $3^2 + 4^2 = 5^2$

(b) Pythagorean Triplets : A set of three integers a, b, c which satisfy Pythagoras Theorem ($a^2 + b^2 = c^2$) or are the sides of aright-angled triangle is called Pythagorean triplets.

पायथागोरियन ट्रिपलेट : तीन पूर्णांकों a, b और c का समूह जो पायथागोरस प्रमेय ($a^2 + b^2 = c^2$) को संतुष्ट करे या किसी समकोण त्रिभुज की भुजा हो, पायथागोरियन ट्रिपलेट कहलाता है।

The smallest Pythagorean triplet is (3, 4, 5).

सबसे छोटी पायथागोरियन ट्रिपलेट (3 , 4 , 5) है।

If (a, b, c) be a Pythagorean triplets, then (ak, bk, ck) or $\left(\frac{a}{k}, \frac{b}{k}, \frac{c}{k}\right)$ will also be the Pythagorean triplet.

यदि (a, b, c) पायथागोरियन ट्रिपलेट हो, तो (ak, bk, ck) या $\left(\frac{a}{k}, \frac{b}{k}, \frac{c}{k}\right)$ भी पायथागोरियन ट्रिपलेट होंगे।

Following Pythagorean triplets are frequently used in the examinations.

निम्न पायथागोरियन ट्रिपलेट परीक्षाओं में बहुतायत पूछे जाते हैं।

- (3, 4, 5), (6, 8, 10), (9, 12, 15), (12, 16, 20), (15, 20, 25)
- (5, 12, 13), (10, 24, 26)
- (7, 24, 25), (14, 48, 50), (3.5, 12, 12.5), (21, 72, 75)
- (8, 15, 17)
- (9, 40, 41)
- (11, 60, 61)
- $\left(1,1,\sqrt{2}\right)$
- $\left(1,\sqrt{3},2\right)$
- $(2n, n^2 - 1, n^2 + 1)$
- $(2ab, a^2 - b^2, a^2 + b^2)$

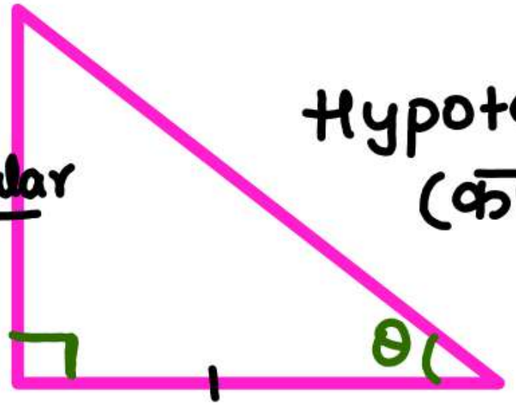
Whenever a right-angled triangle will be given, two of its side will be given and you are required to find the third side by using Pythagoras Theorem. But now we will find the third side directly from the above Pythagorean Triplets.

जब भी कोई समकोण त्रिभुज दिया गया होता है तो इसकी दो भुजाएँ भी दी गई होती हैं और तीसरी भुजा पायथागोरस प्रमेय का प्रयोग करके ज्ञात करनी होती है। परंतु अब हम तीसरी भुजा पायथागोरियन ट्रिपलेट के माध्यम से ज्ञात कर सकते हैं।

In the most of the questions of geometry, mensuration and trigonometry, we will be required to find the third side of a right-angled triangle.

ज्यामिति, क्षेत्रमिति और त्रिकोणमिति के अधिकांश प्रश्नों में हमें समकोण त्रिभुज की तीसरी भुजा ज्ञात करनी होती है।

Right Δ (समकोण)



Hypotenuse (H)
(कर्ण)

(p) perpendicular
(लंब)

Base (आधार)
(b)

Pythagorus Thorem.

$$p^2 + b^2 = H^2$$

$$(3)^2 + (4)^2 = (5)^2$$

pythagorean Triplets

(3,4,5)
(6,8,10)
(9,12,15)
(12,16,20)
(15,20,25)
$(3\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 5\sqrt{2})$
$(3\sqrt{7}, 4\sqrt{7}, 5\sqrt{7})$
(0.3, 0.4, 0.5)

Most Common Triplet

(3,4,5) (6,8,10) (9,12,15)

(5,12,13)

(6,8,10)

(7,24,25)

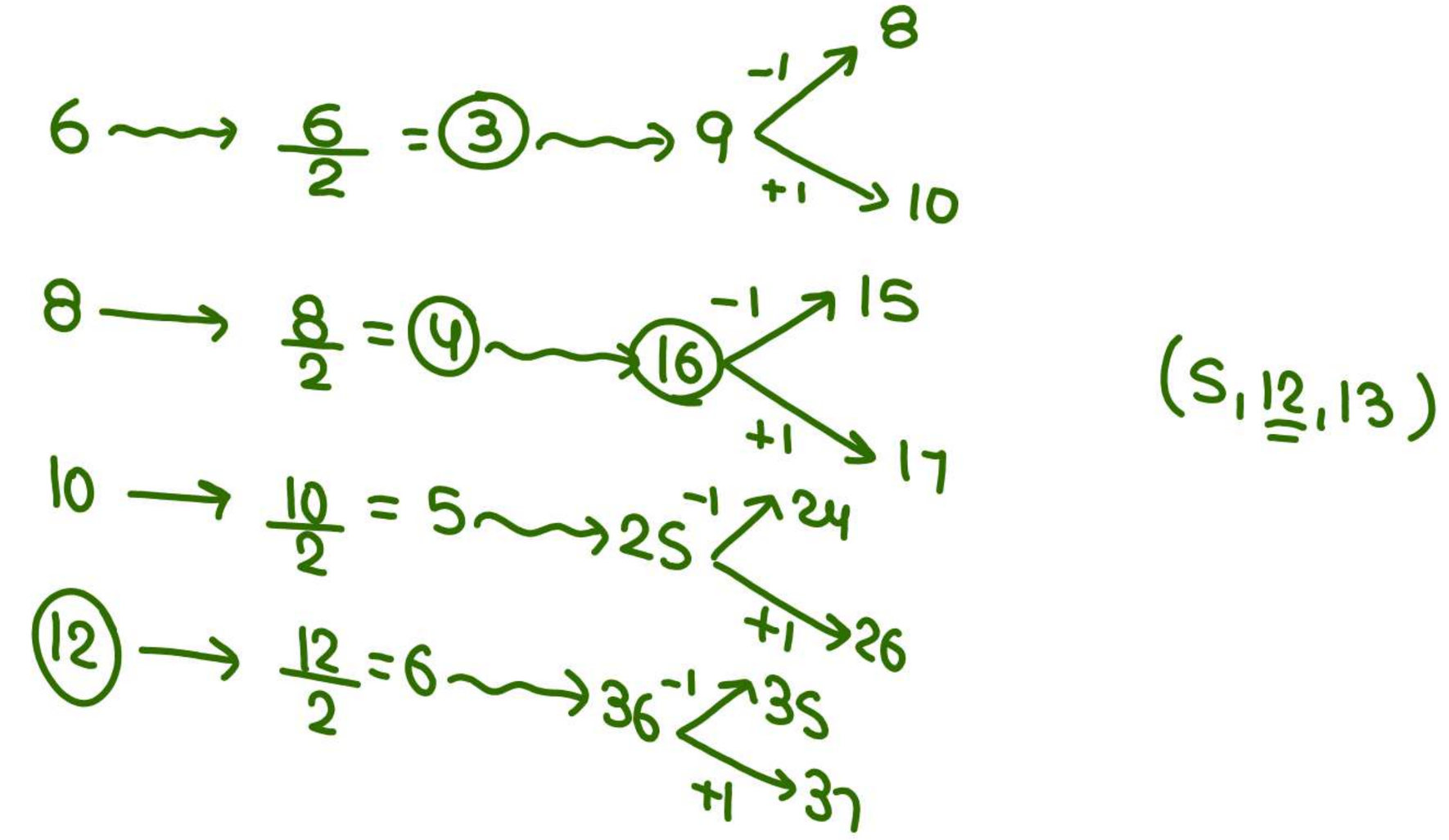
(8,15,17)

(9,40,41)

(11,60,61)

Triplet कैसे बनाए ?

even



(5, 12, 13)

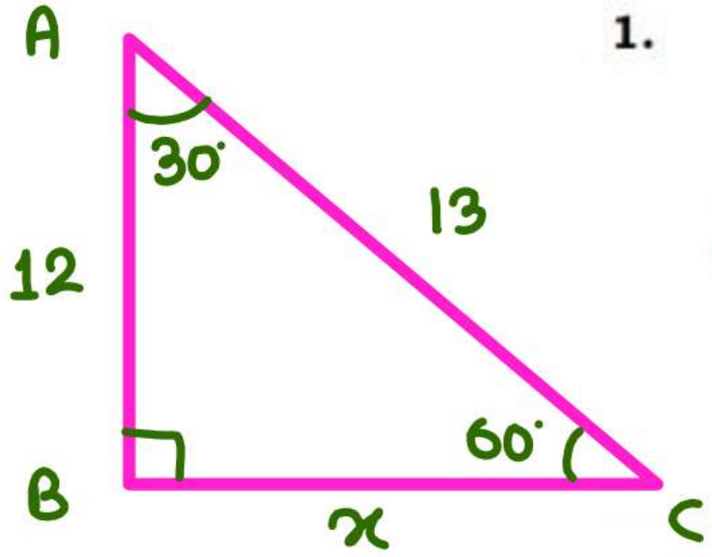
Odd

$5 \longrightarrow 25 \longrightarrow \frac{25}{2} = 12.5$ → $-0.5 \rightarrow 12$, $+0.5 \rightarrow 13$

$3 \longrightarrow 9 \longrightarrow \frac{9}{2} = 4.5$ → $-0.5 \rightarrow 4$, $+0.5 \rightarrow 5$

$7 \longrightarrow 49 \longrightarrow \frac{49}{2} = 24.5$ → $-0.5 \rightarrow 24$, $+0.5 \rightarrow 25$

$9 \longrightarrow 81 \longrightarrow \frac{81}{2} = 40.5$ → 40, 41



1. In a ΔABC, $\angle BAC = 30°$ and $\angle BCA = 60°$. If AC = 13 cm and AB = 12 cm, then BC equal to:

ΔABC में, $\angle BAC = 30°$ और $BCA = 60°$ है। यदि AC = 13 सेंमी और AB = 12 सेंमी है, तो BC निम्न में से किसके बराबर है?

SSC CPO 27/06/2024 (Shift-03)

(a) 6 cm/सेंमी
(b) 5 cm/सेंमी
(c) 4 cm/सेंमी
(d) 7 cm/सेंमी

$(12)^2 + (x)^2 = (13)^2$

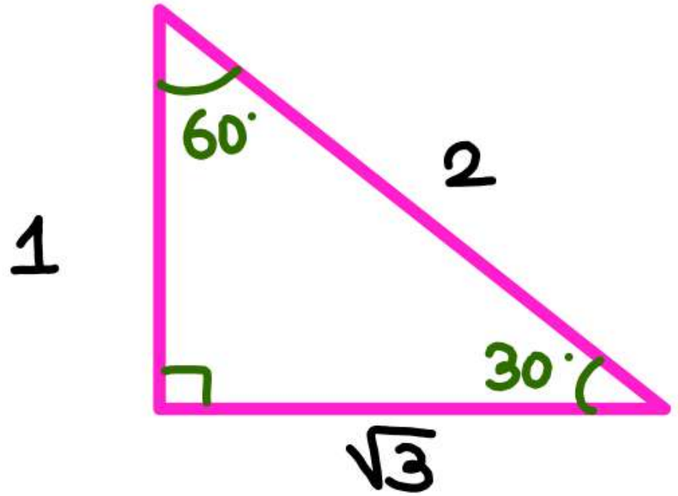
$\Rightarrow 144 + x^2 = 169$

$\Rightarrow x^2 = 169 - 144$

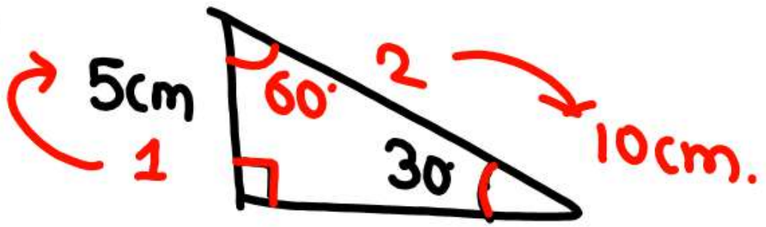
$\Rightarrow x^2 = 25$

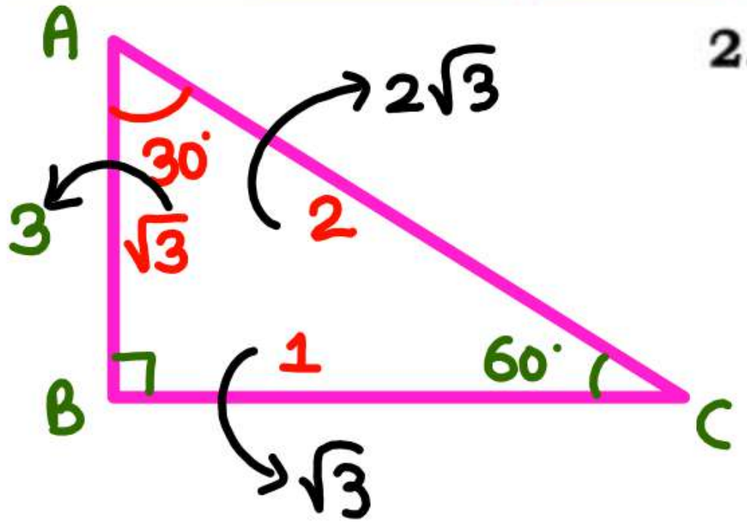
$\Rightarrow x = 5$

30°, 60°, 90° Relation



①.





2. **Let ABC be a triangle whose angle B is right angled. If $\angle C = 60°$ and AB = 3cm, then find the lengths of BC and AC respectively.**

माना **ABC** एक त्रिभुज है जिसका कोण **B** समकोण है। यदि $\angle C = 60°$ और **AB = 3cm** है, तो क्रमश: **BC** और **AC** की लंबाई ज्ञात कीजिए।

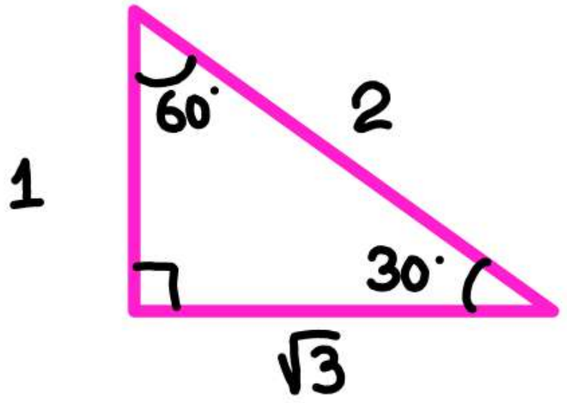
SSC CHSL 04/08/2023 (Shift-03)

(a) 9 cm, $4\sqrt{3}$ cm

(b) $\sqrt{3}$ cm, $4\sqrt{3}$ cm

(c) $\sqrt{3}$ cm, $2\sqrt{3}$ cm ✓

(d) 2 cm, $2\sqrt{3}$ cm



$1 : \sqrt{3} : 2$

3. **The angles of a triangle are in the ratio 1 : 2 : 3, then find the ratio of the corresponding sides.**

एक त्रिभुज के कोणों का अनुपात 1:2:3 है, तो संगत भुजाओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

SSC CPO 28/06/2024 (Shift-01)

(a) $1 : 2 : \sqrt{3}$ (b) $1 : 2 : 3$

(c) $1 : \sqrt{2} : 3$ (d) $1 : \sqrt{3} : 2$

$x + 2x + 3x = 180°$

$6x = 180°$

$x = 30°$

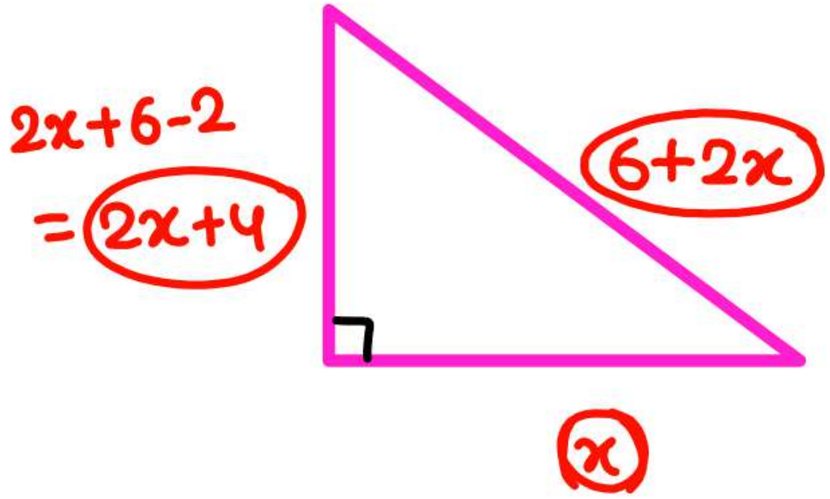
30 60 90°

4. **The hypotenuse of a right triangle is 6m more than twice the shortest side. If the third side is 2 m less than the hypotenuse, find the area(in m^2) of the triangle.**

एक समकोण त्रिभुज का कर्ण सबसे छोटी भुजा के दोगुने से **6m** अधिक है। यदि तीसरी भुजा, कर्ण से **2m** छोटी है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल (m^2 में) ज्ञात कीजिए।

SSC CHSL 09/07/2024 (Shift-01)

(a) 130 (b) 100
(c) 120 (d) 110



$(2x+4)^2 + x^2 = (6+2x)^2$

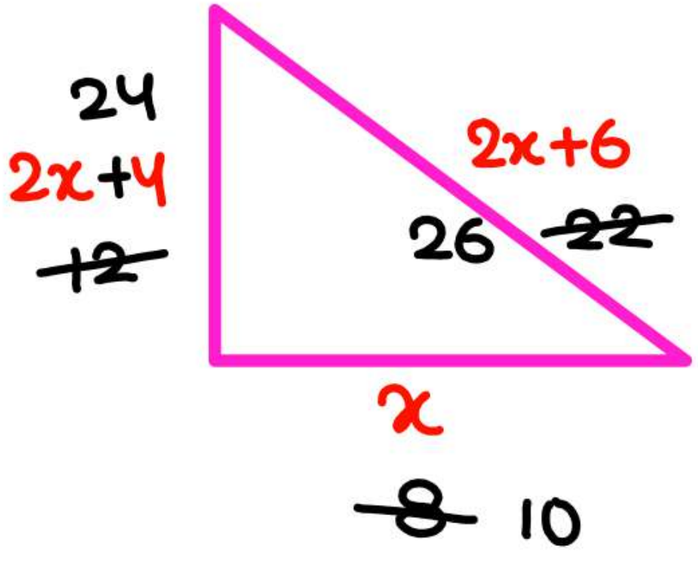
$\Rightarrow 4x^2 + 16 + 16x + x^2 = 36 + 4x^2 + 24x$

$\Rightarrow x^2 - 8x - 20 = 0$

$+10, -2$

$x = 10$

$\text{area} = \frac{1}{2} \times 10 \times 24 = 120$



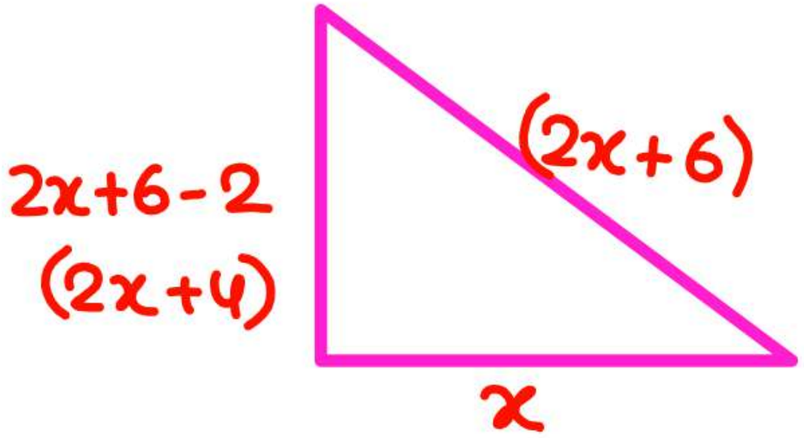
$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times 10 \times 24^{12} = 120$$

4. **The hypotenuse of a right triangle is 6m more than twice the shortest side. If the third side is 2 m less than the hypotenuse, find the area(in m^2) of the triangle.**

एक समकोण त्रिभुज का कर्ण सबसे छोटी भुजा के दोगुने से **6m** अधिक है। यदि तीसरी भुजा, कर्ण से **2m** छोटी है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल (m^2 में) ज्ञात कीजिए।

SSC CHSL 09/07/2024 (Shift-01)

(a) 130
(b) 100
(c) 120
(d) 110



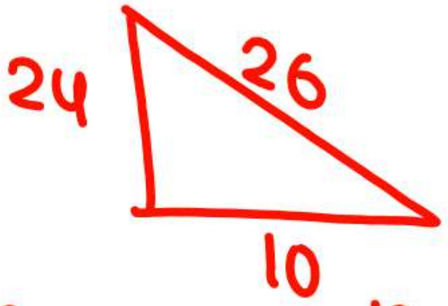
4. **The hypotenuse of a right triangle is 6m more than twice the shortest side. If the third side is 2 m less than the hypotenuse, find the area(in m^2) of the triangle.**

एक समकोण त्रिभुज का कर्ण सबसे छोटी भुजा के दोगुने से **6m** अधिक है। यदि तीसरी भुजा, कर्ण से **2m** छोटी है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल (m^2 में) ज्ञात कीजिए।

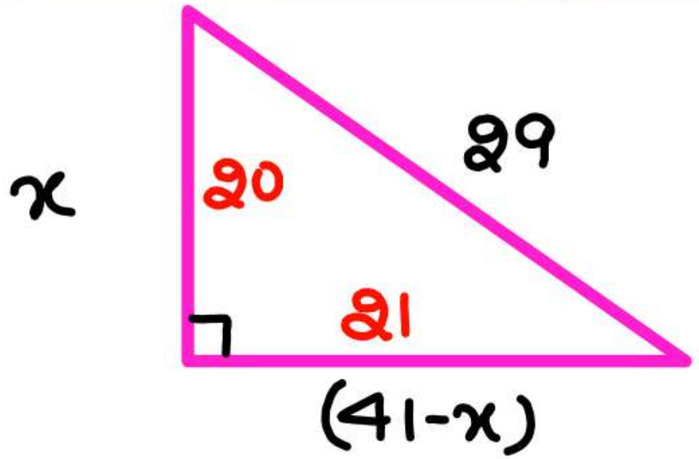
SSC CHSL 09/07/2024 (Shift-01)

(a) 130 (b) 100
(c) 120 (d) 110

$x = 10$



$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times 24 \times 10$$



5. **If the hypotenuse of a right-angled triangle is 29 cm and the sum of the other two sides is 41 cm, then the difference between the other two sides is:**

यदि किसी समकोण त्रिभुज का कर्ण 29 सेमी. है, और अन्य दो भुजाओं का योग 41 सेमी. हो, तो अन्य दो भुजाओं के बीच का अंतर ज्ञात कीजिए।

SSC CPO 03/10/2023 (Shift-01)

(a) 2 cm (b) 5 cm

(c) 10 cm (d) 1 cm

$(x)^2+(41-x)^2=(29)^2$

$\Rightarrow x^2+1681+x^2-82x=841$

$\Rightarrow 2x^2-82x+840=0$

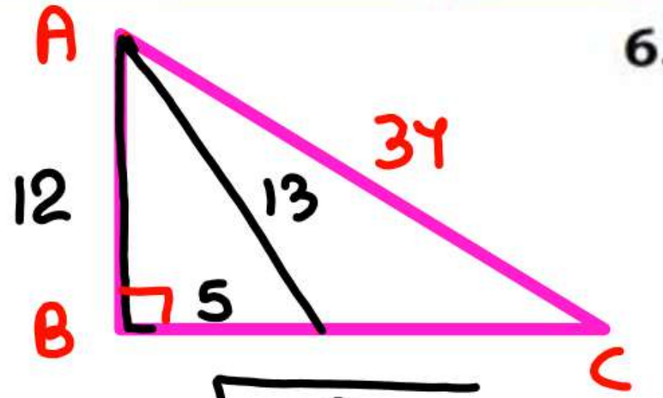
$\Rightarrow x^2-41x+420=0$

$\Rightarrow x^2-20x-21x+420=0$

$\Rightarrow x(x-20)-21(x-20)=0$

$(x-20)(x-21)=0$

$x=20$ or 21



6. **Triangle ABC is right angled at B and D is a point of BC such that BD = 5 cm, AD = 13 cm and AC = 37 cm, then find the length of BC in cm.**

त्रिभुज ABC, B पर समकोण है और BC पर बिन्दु D इस प्रकार स्थित है कि BD = 5 सेमी AD = 13 सेमी और AC = 37 सेमी है। BC की लंबाई (सेमी. में) ज्ञात करें।

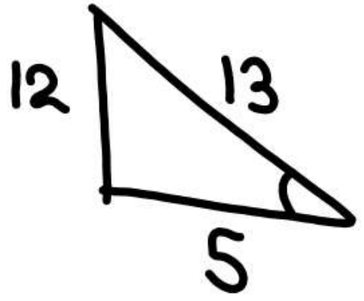
(a) 35 (b) 25

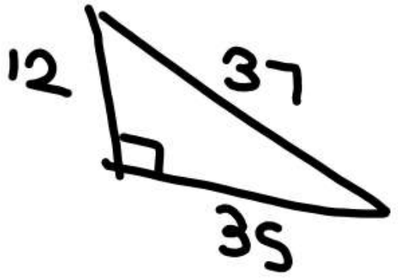
(c) 30 (d) 24

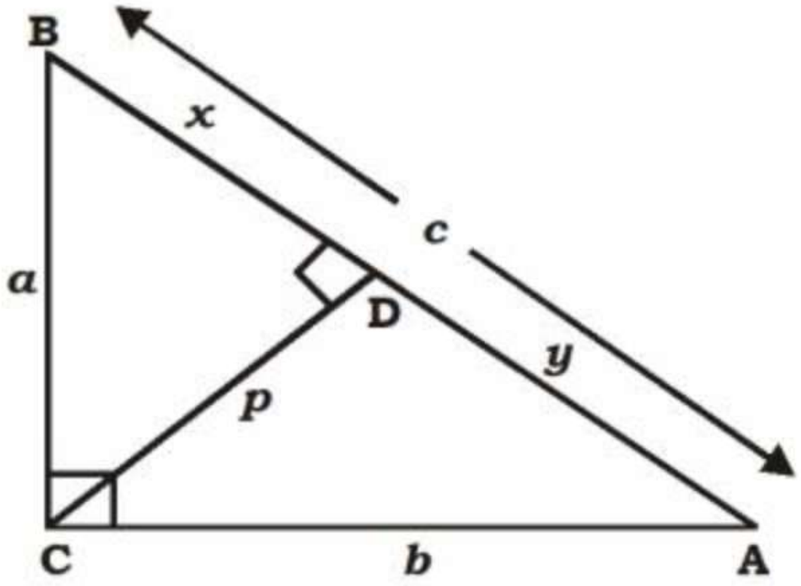
$\sqrt{37^2 - 12^2}$

$= \sqrt{25 \times 49}$

$= 5 \times 7 = 35$







(iii) In a right-angled triangle ABC, if a perpendicular (CD) is drawn from the vertex which is right angle (C) to the hypotenuse (AB), then

किसी समकोण त्रिभुज ABC में, यदि शीर्ष (C) जो कि समकोण है, से कर्ण (AB) पर लम्ब (CD) डाला जाता है, तो

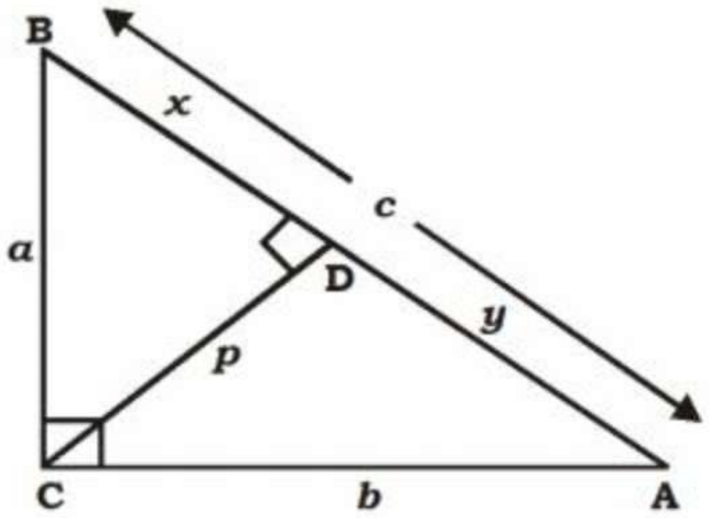
(a) (i) $a^2 = x \times c$

(ii) $b^2 = y \times c$

(b) $p^2 = x \times y$

(c) $a \times b = p \times c$

(d) $\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$



In other words,/दूसरे शब्दों में,

(a) (i) $BC^2 = BD \times AB$

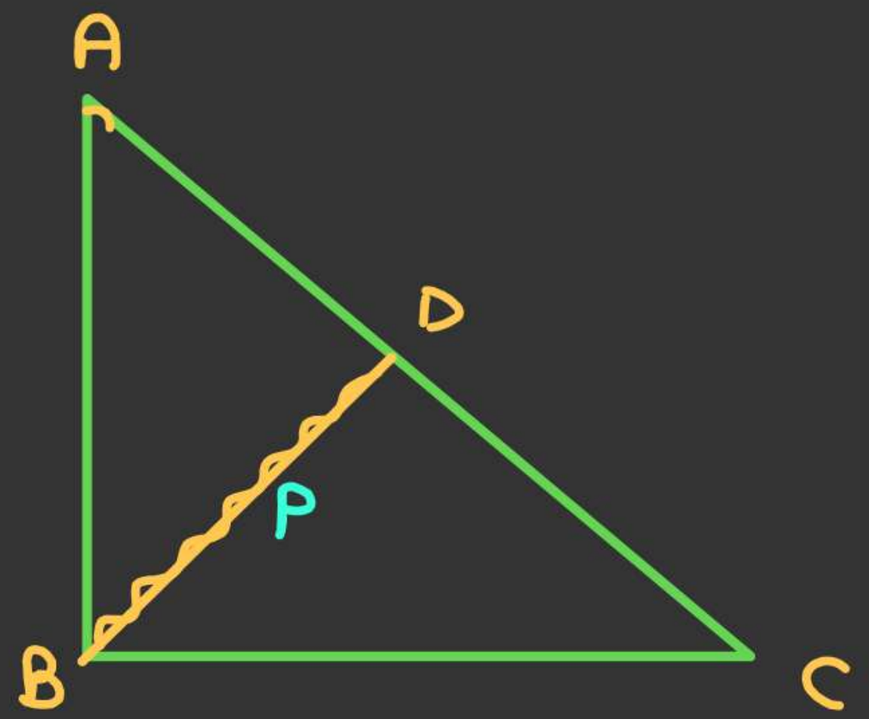
(ii) $AC^2 = AD \times AB$

(b) $CD^2 = BD \times AD$

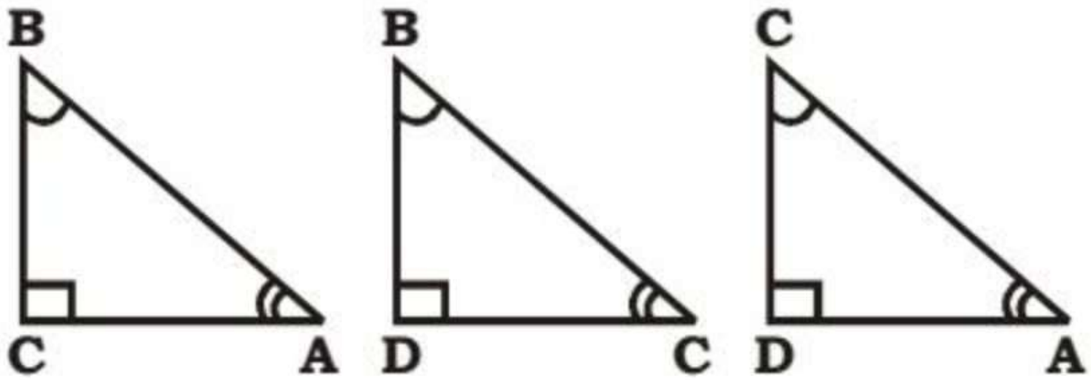
(c) $BC \times AC = CD \times AB$

(d) $\frac{1}{CD^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{AC^2}$

- $BD = \frac{AB \times BC}{AC}$
- $AB^2 = AD \times AC$
- $BC^2 = CD \times AC$
- $\frac{AB}{BC} = \sqrt{\frac{AD}{CD}}$
- $BD^2 = AD \times DC$
- $\frac{1}{P^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2}$



$$\frac{1}{2} \times BC \times AB = \frac{1}{2} \times AC \times BD$$

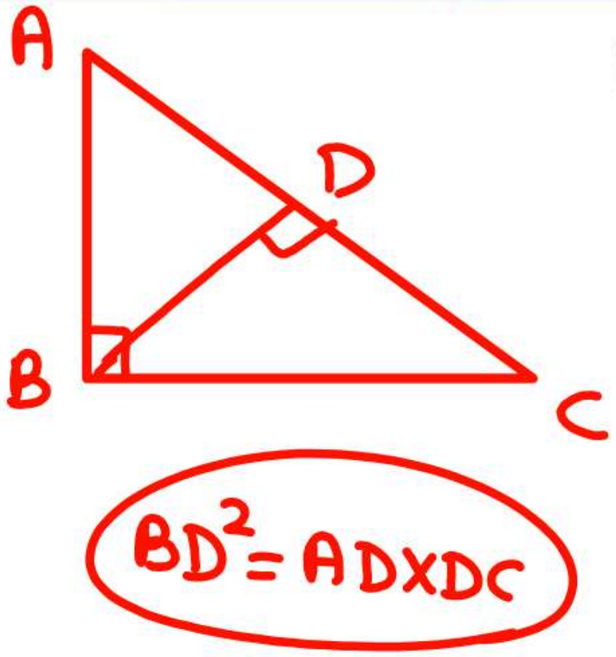


To prove the above formula, we take the 3 similar triangles as shown in the figure.

उपर्युक्त सूत्रों को सिद्ध करने के लिए हम तीन समरूप त्रिभुज लेते हैं, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है।

Now, use the concept of ratio of the sides of the similar triangles are equal.

अब अवधारणा, "समरूप त्रिभुजों की भुजाओं का अनुपात बराबर होता है।" का प्रयोग कीजिए।

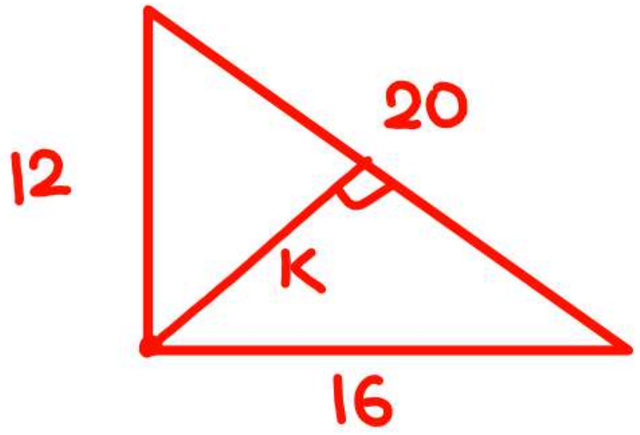


7. **ABC is a right angle triangle and angle ABC = 90°. BD is a perpendicular on the side AC. What is the value of BD^2?**

ABC एक समकोण त्रिभुज है तथा कोण ABC = 90° है। BD भुजा AC पर लंबवत्त है। BD^2 का मान क्या है?

SSC CGL MAINS (08/08/2022)

(a) AD × AC
(b) BC × AB
(c) BC × CD
(d) AD × DC



$\therefore \quad K = \frac{12 \times 16}{20} = \frac{4}{5}$

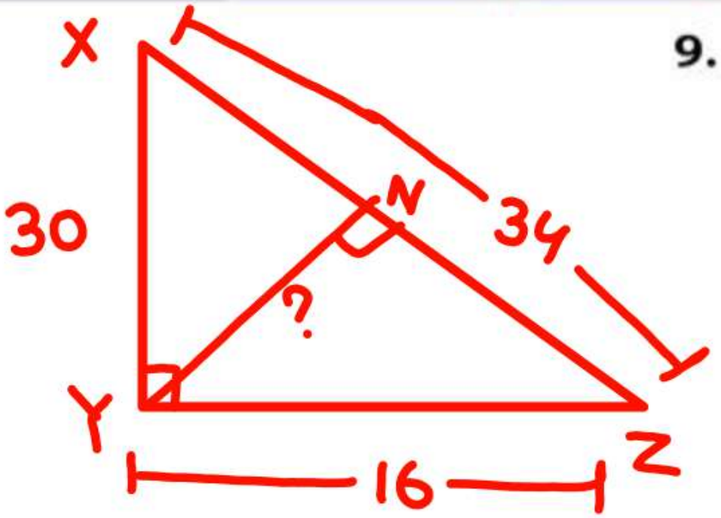
$= 9.6$

8. **In a right angle triangle with sides 12 cm and 16 cm and hypotenuse 20 cm, the length of altitude drawn on the hypotenuse from the opposite vertex is K. Find the value of K.**

12 सेमी और 16 सेमी की भुजाओं और 20 सेमी कर्ण वाले एक समकोण त्रिभुज में, सम्मुख शीर्ष से कर्ण पर खींचा गया शीर्षलंब **K** है। **K** का मान ज्ञात करें।

SSC CHSL 09/07/2024 (Shift- 03)

(a) 6.9 cm
(b) 9.6 cm
(c) 6.8 cm
(d) 8.6 cm



9. **In ΔXYZ, $\angle Y = 90°$ and YN is perpendicular to XZ. If XY = 30 cm and XZ = 34 cm. then what is the value of YN ?**

ΔXYZ में, $\angle Y = 90°$ है और YN, XZ पर लम्ब है। यदि XY = 30 सेमी. और XZ = 34 सेमी. है, तो YN का मान क्या है?

SSC CHSL 09/03/2023 (Shift-04)

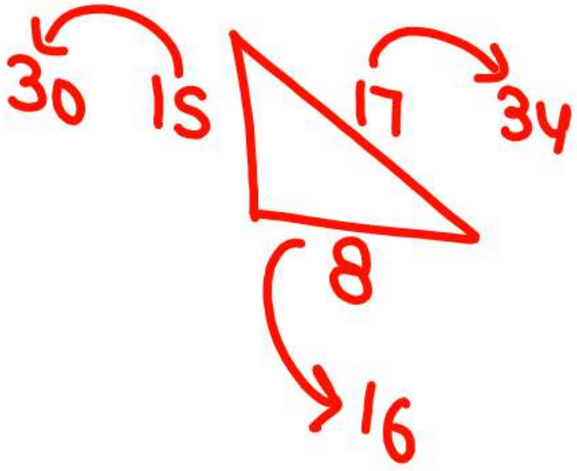
(a) $\frac{280}{17}$ cm

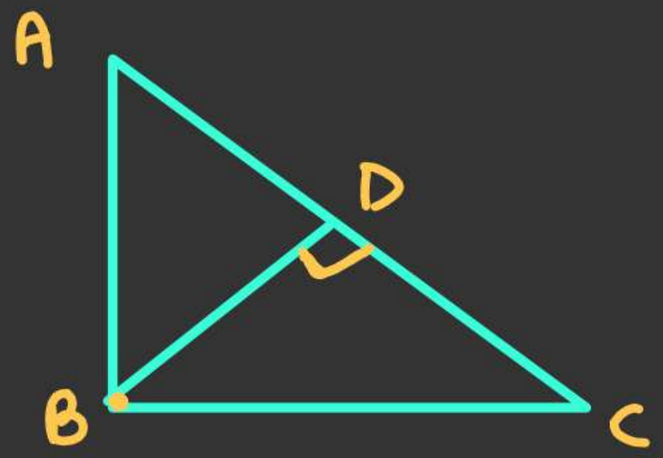
(b) $\frac{210}{17}$ cm

(c) $\frac{220}{17}$ cm

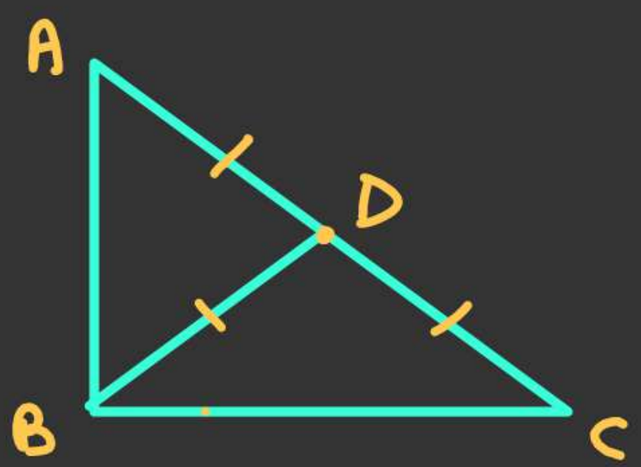
(d) $\frac{240}{17}$ cm

$$YN = \frac{30 \times 8}{17} = \frac{240}{17}$$

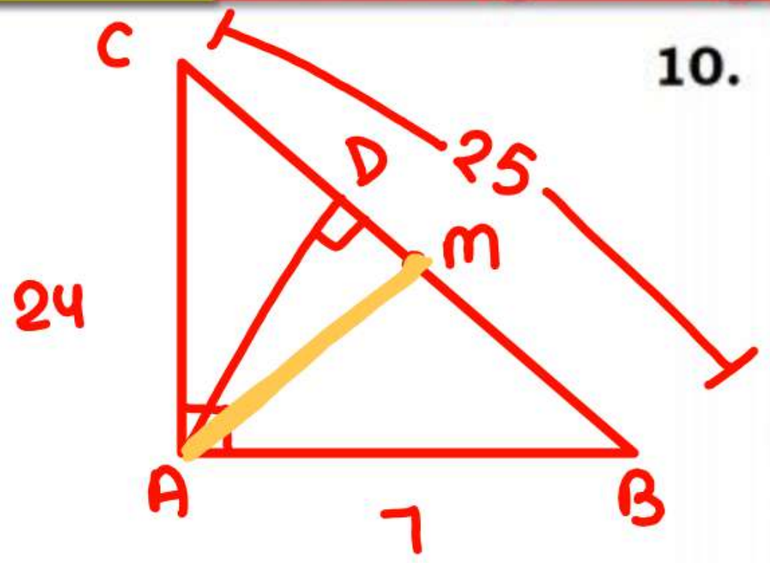




$$BD = \frac{AB \times BC}{AC}$$



$$BD = \frac{AC}{2}$$



10. In ΔABC, $\angle A = 90°$, M is the mid-point of BC and D is a point on BC such that $AD \perp BC$. If AB = 7 cm and AC = 24 cm, then AD : AM is equal to :

ΔABC में $\angle A = 90°$ है, M, BC का मध्य बिन्दु है तथा D, BC पर स्थित ऐसा बिन्दु है कि $AD \perp BC$. यदि AB = 7 सेमी और AC = 24 सेमी है, तो AD : AM किसके बराबर है?

SSC CGL 04/03/2020 (Shift- 01)

(a) 168 : 275 (b) 24 : 25

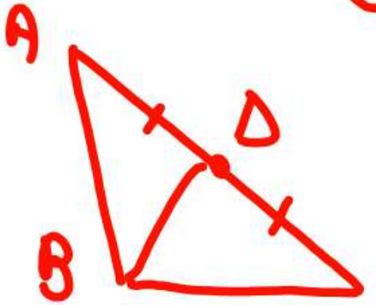
(c) 32 : 43 (d) 336 : 625

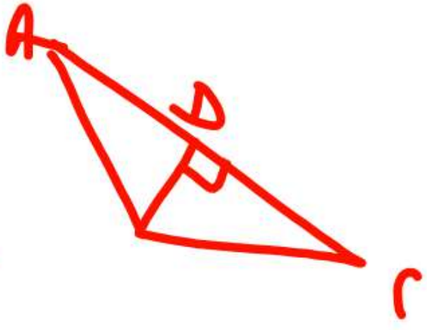
AD : AM

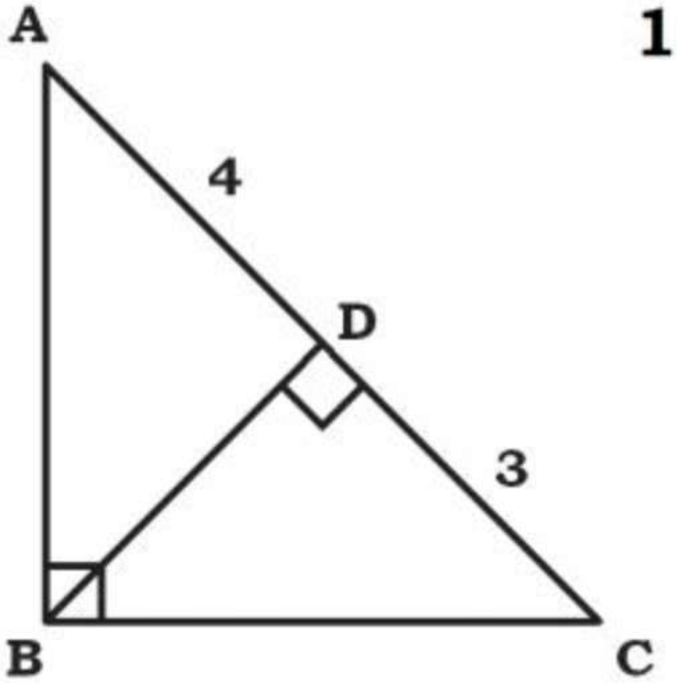
$\frac{24 \times 7}{25} : \frac{25}{2}$

$24 \times 14 : 625$

$336 : 625$







11. In the given figure find $AB^2 - BC^2$?

दी गई आकृति में $AB^2 - BC^2$ ज्ञात कीजिए।

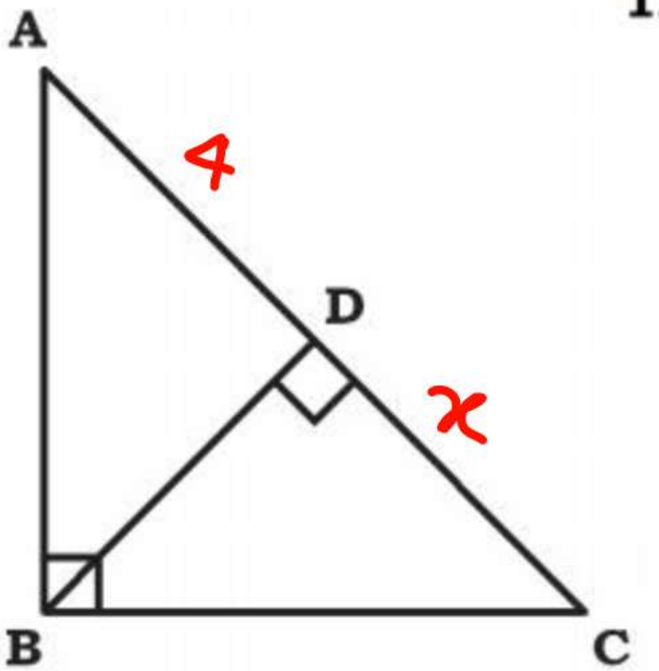
(a) 7 **(b) 8**

(c) 9 **(d) 10**

$AB^2 = 4 \times 7 = 28$

$BC^2 = 3 \times 7 = 21$

$AB^2 - BC^2 = 7$



12. In the given figure, $AB^2 - BC^2 = 5$ & AD = 4, then find DC?

दी गई आकृति में, $AB^2 - BC^2 = 5$ & AD = 4, तो DC ज्ञात कीजिए?

(a) $\sqrt{10}$ **(b) 2.5**

(c) $\sqrt{11}$ **(d) $\sqrt{7}$**

$AB^2 = 4x(4+x)$

$-\ BC^2 = x \times (4+x)$

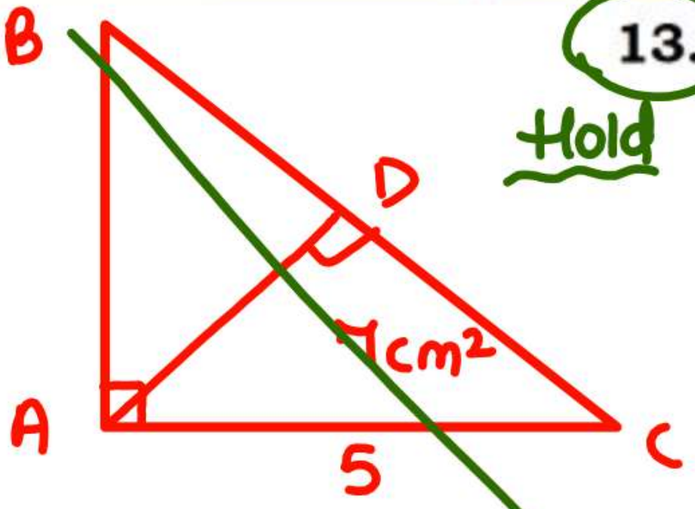
$AB^2 - BC^2 = 4(4+x) - x(4+x)$

$\Rightarrow 5 = (4+x)(4-x)$

$\Rightarrow 5 = 16 - x^2$

$\Rightarrow x^2 = 11$

$\Rightarrow x = \sqrt{11}$



13. In a right-angled triangle ABC such that ∠BAC = 90° and AD is perpendicular to BC. If the area of ΔABC is 63 cm², area of ΔACD = 7 cm², and AC = 5 cm, then the length of BC is equal to:

एक समकोण त्रिभुज ABC इस प्रकार है कि ∠BAC = 90° है और AD, BC पर लंबवत है। यदि ΔABC का क्षेत्रफल 63 सेमी² है, ΔACD का क्षेत्रफल = 7 सेमी² है, और AC = 5 सेमी है, तो BC की लंबाई होगी।

SSC CHSL 03/07/2024 (Shift- 02)

(a) 10 cm
(b) 15 cm
(c) 18 cm
(d) 12 cm

Hold

$63 = \frac{1}{2} \times 5 \times AB$

$\Rightarrow \frac{126}{5} = AB$

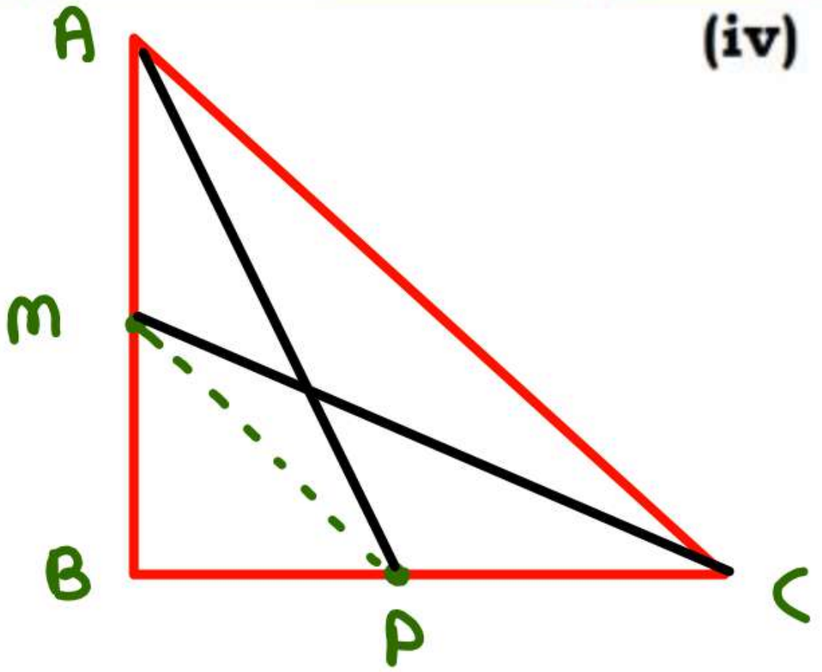
$\left(\frac{126}{5}\right)^2 + (5)^2 = BC^2$

$\Rightarrow \frac{15876}{25} + 25 = BC^2$

$\Rightarrow \frac{16501}{25} = BC^2$

$\frac{129}{5}$ 24

129
158/841
16641

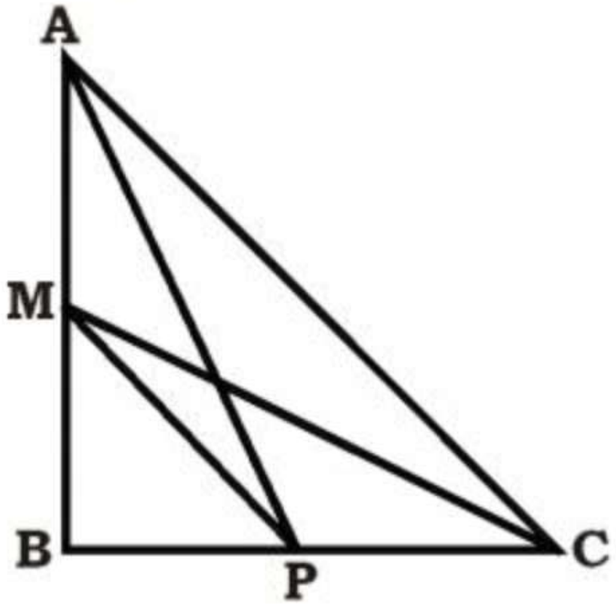


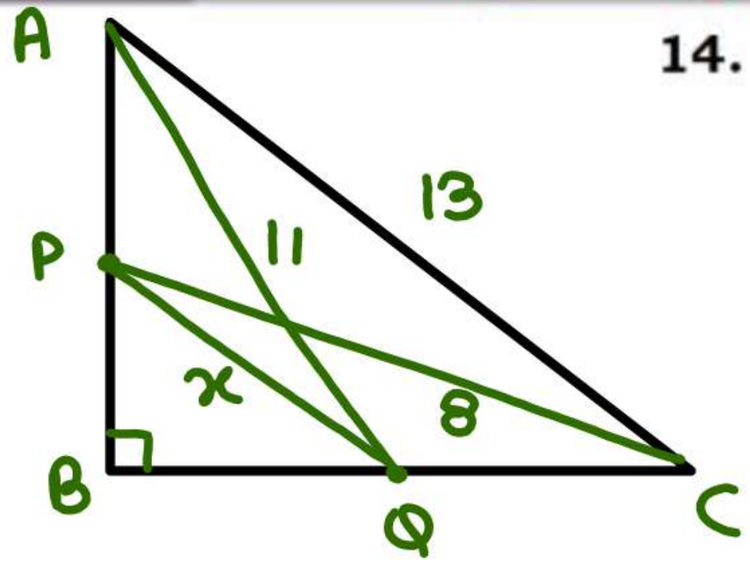
✓ $AP^2+MC^2=AC^2+MP^2$

(iv) If P and M are two points on the sides BC and AB respectively of ΔABC, right-angled at B, then.

यदि B पर समकोण ΔABC की भुजाओं BC तथा AB पर P तथा M क्रमश: दो बिन्दु हैं, तो

$$\mathbf{AP^2 + MC^2 = AC^2 + MP^2}$$





$(11)^2+(8)^2=(13)^2+x^2$

$\Rightarrow 185=169+x^2$

$\Rightarrow 16=x^2$

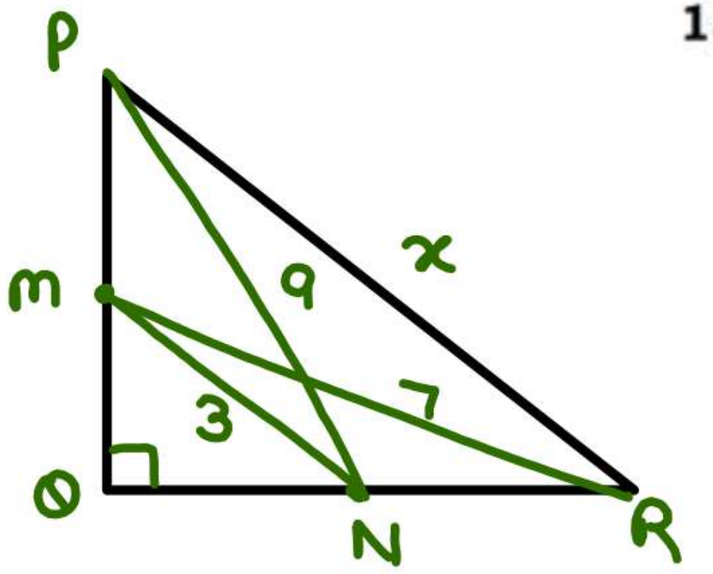
$\Rightarrow x=4$

14. Points P and Q are on the sides AB and BC respectively of a triangle ABC, right angled at B. If AQ = 11 cm, PC = 8 cm, and AC = 13 cm, then find the length (in cm) of PQ.

बिन्दु **P** और **Q** क्रमश: त्रिभुज **ABC** की भुजा **AB** और **BC** पर स्थित है, त्रिभुज **B** परसमकोण है। यदि **AQ = 11** सेमी, **PC = 8** सेमी और **AC = 13** सेमी है, तो **PQ** की लंबाई (सेमी में) ज्ञात करें।

SSC CGL 20/08/2021 (Shift- 02)

(a) $4\sqrt{7}$
(b) $\sqrt{15}$
(c) 4.5
(d) 4



15. **Points M and N are on the sides PQ and QR respectively of a triangle PQR, right angled at Q. If PN = 9 cm, MR = 7 cm, and MN = 3 cm, then find the length of PR (in cm).**

त्रिभुज **PQR** की भुजा **PQ** और **QR** पर क्रमशः बिन्दु **M** और **N** स्थित है तथा यह त्रिभुज **Q** पर समकोण है यदि **PN = 9** सेमी, **MR = 7** सेमी और **MN = 3** सेमी है, तो **PR** की लंबाई (सेमी. में) ज्ञात करें।

(a) 13 (b) 11

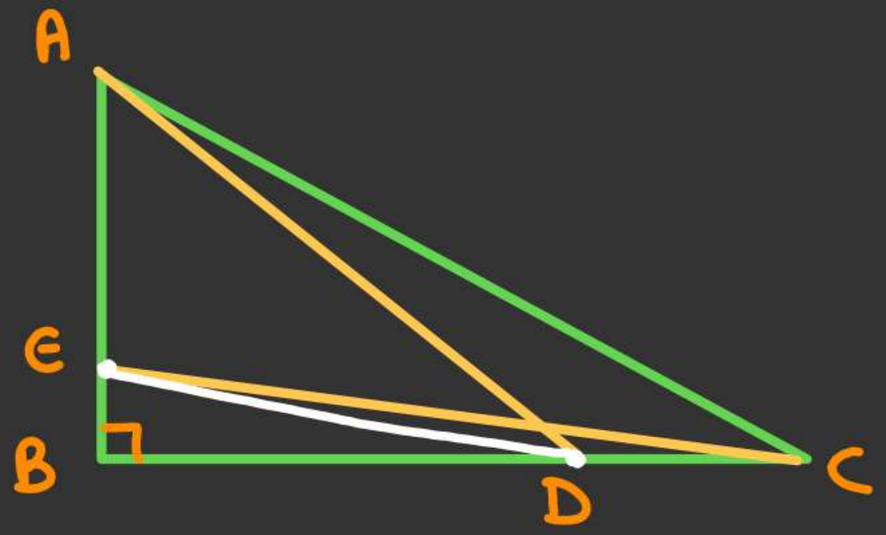
(c) 12 (d) 14

$9^2+7^2=x^2+3^2$

$\Rightarrow 81+49=x^2+9$

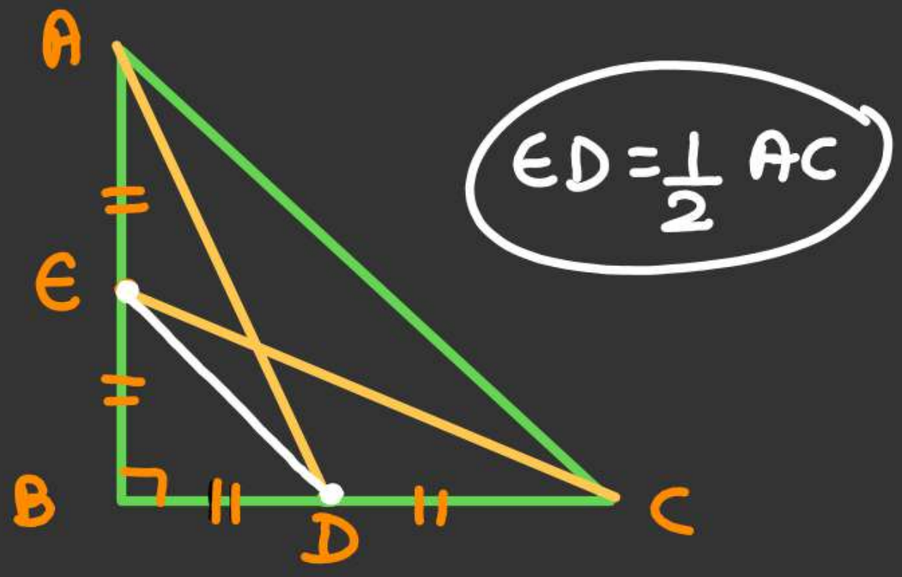
$\Rightarrow 121=x^2$

$\Rightarrow 11=x$



D & E are any points.

$$AD^2+CE^2=AC^2+ED^2$$



D & E are mid-points.

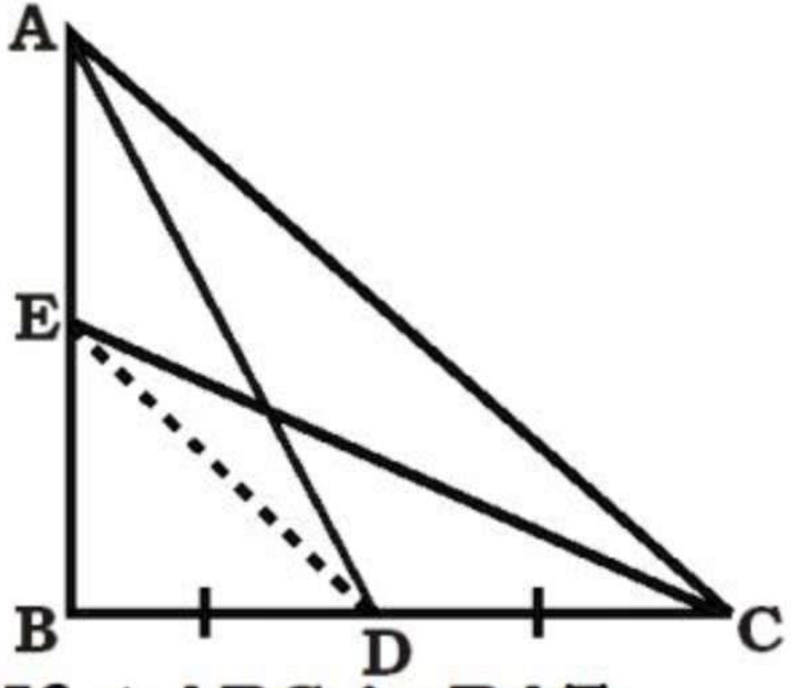
* $AD^2+CE^2=AC^2+ED^2$

* $AD^2+CE^2=AC^2+\left(\frac{AC}{2}\right)^2$

$\Rightarrow AD^2+CE^2=\frac{5}{4}AC^2$

$\Rightarrow 4(AD^2+CE^2)=5AC^2$

(v)



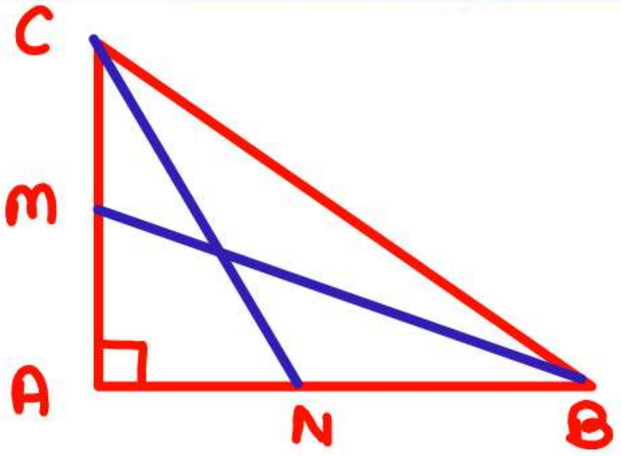
If $\triangle ABC$ is RAT

AD & CE are medians

$4 (AD^2 + CE^2) = 5\ AC^2$

$AD^2 + CE^2 = 5\ ED^2$

$AD^2 + CE^2 = AC^2 + ED^2$



$4(BM^2+CN^2)=5BC^2$

$\Rightarrow \frac{BM^2+CN^2}{BC^2}=\frac{5}{4}$

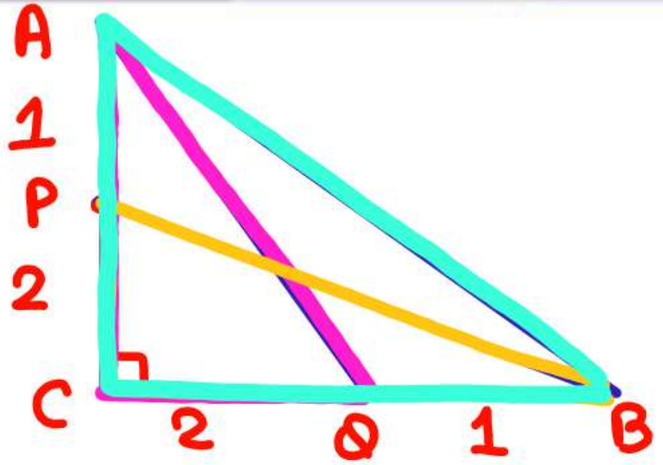
16. In a ΔABC, $\angle A = 90°$, if BM and CN are two medians, $\frac{BM^2 + CN^2}{BC^2}$ is equal to :

ΔABC में $\angle A = 90°$ यदि BM और CN दो माध्यिका है तो $\frac{BM^2 + CN^2}{BC^2}$ बराबर है :

SSC CHSL 21/10/2020 (Shift- 03)

(a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{4}{5}$

(c) $\frac{5}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$



$AQ^2 = 9+4 = 13$

$BP^2 = 4+9 = 13$

$AB^2 = 9+9 = 18$

$\text{ans} = \frac{13+13}{18} = \frac{26}{18} \frac{13}{9}$

17. In ΔABC, $\angle C = 90°$, point P and Q are on side AC and BC respectively, such that AP : PC = BQ : QC = 1: 2, then $\frac{AQ^2 + BP^2}{AB^2}$ is equal to :

ΔABC में $\angle C = 90°$ है। बिन्दु P और Q भुजा AC और BC पर बिन्दु इस प्रकार है कि AP : PC = BQ : QC = 1: 2, तो $\frac{AQ^2 + BP^2}{AB^2}$ = ?

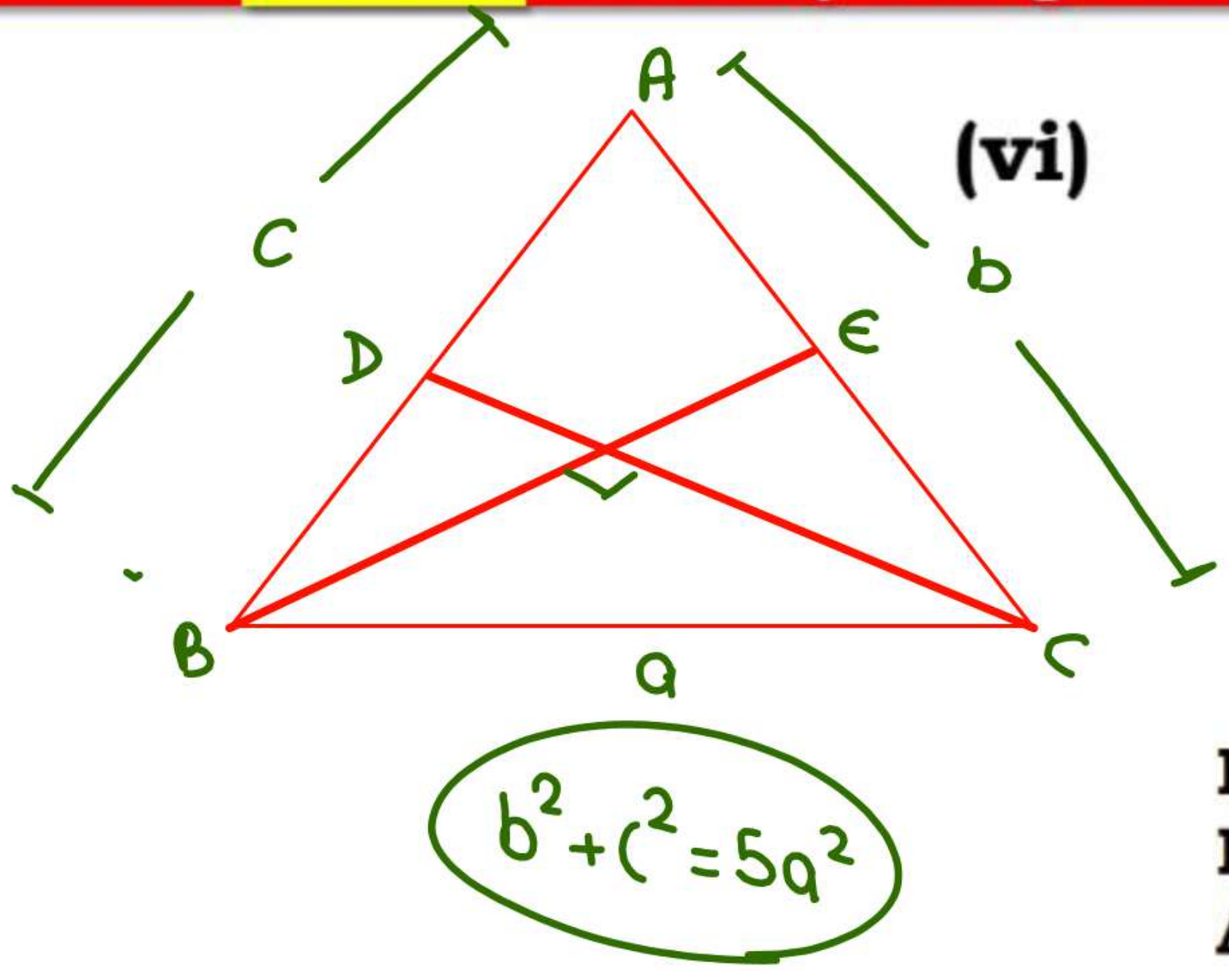
SSC CGL 2019 Tier-II (15/11/2020)

(a) $\frac{4}{7}$

(b) $\frac{4}{3}$

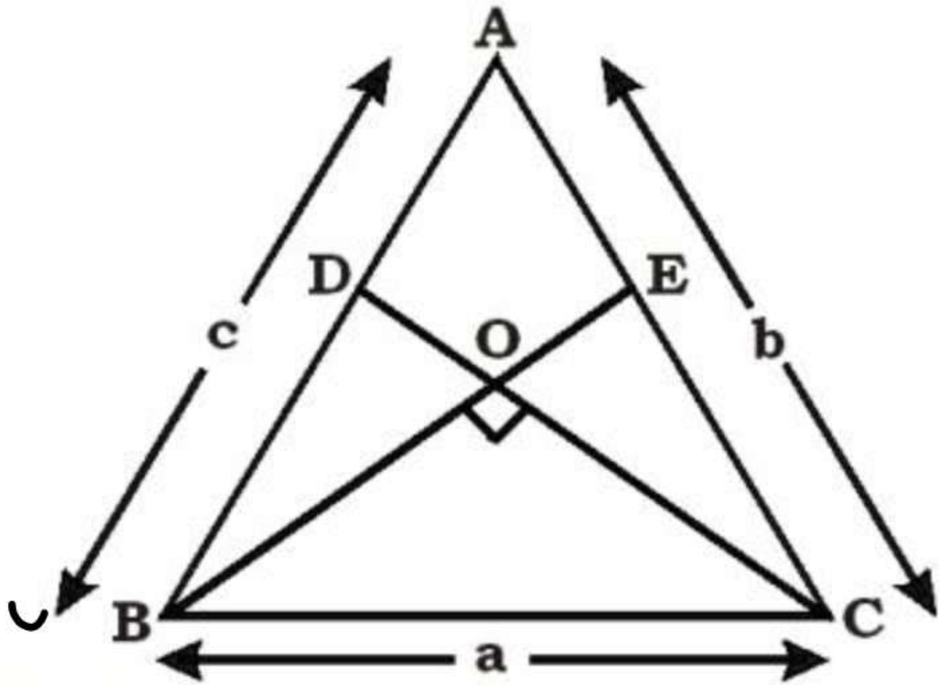
(c) ✓ $\frac{13}{9}$

(d) $\frac{8}{3}$



(vi)

$b^2 + c^2 = 5a^2$



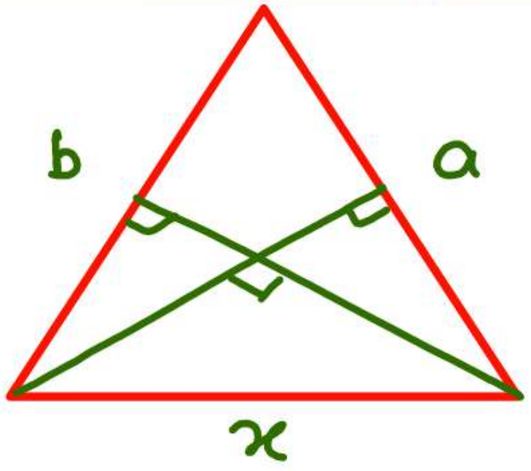
BE & CD are medians

If medians are $\perp^r$. (BE $\perp$ CD) then,

$AB^2 + AC^2 = 5\,BC^2$

or, $b^2 + c^2 = 5\,a^2$

AO = BC = a.



$$b^2 + a^2 = 5x^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{b^2+a^2}{5}} = x$$

18. If the medians of two sides of a triangle meet at right angles, the lengths of these two sides are of a and b units. The length of third side of triangle is

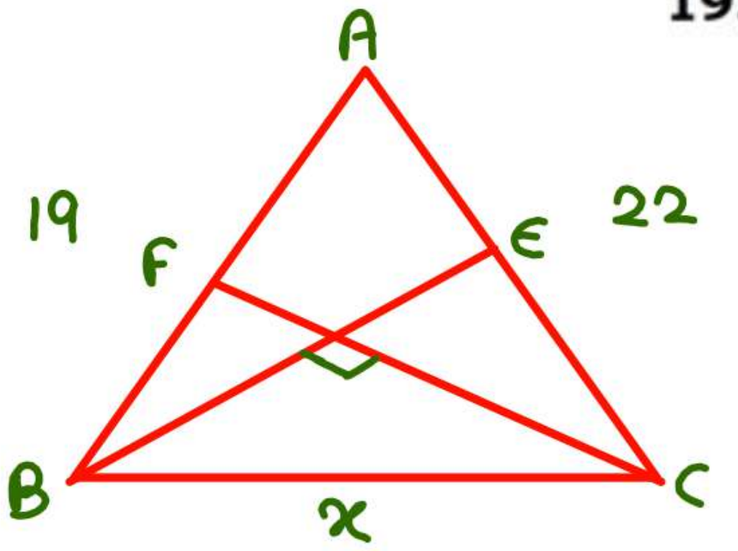
यदि किसी त्रिभुज की दो भुजाओं की माध्यिकाएँ समकोण पर मिलती हैं, तो इन दोनों भुजाओं की लंबाई **a** और **b** इकाई होती है। त्रिभुज की तीसरी भुजा की लंबाई है

(a) $\sqrt{\frac{2(a^2+b^2)}{5}}$

(b) $\sqrt{\frac{2(a^2+b^2)}{3}}$

(c) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{5}}$

(d) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{ab}}$



19. **If in a ΔABC, BE and CF are two medians perpendicular to each other and if AB = 19 cm and AC = 22 cm then the length of BC is:**

यदि **ΔABC** में, **BE** और **CF** एक दूसरे के लंबवत दो माध्यिकाएँ हैं और यदि **AB = 19** सेमी और **AC = 22** सेमी है तो **BC** की लंबाई है:

(a) 26 cm
(b) 19.5 cm
(c) 13 cm
(d) 20.5 cm

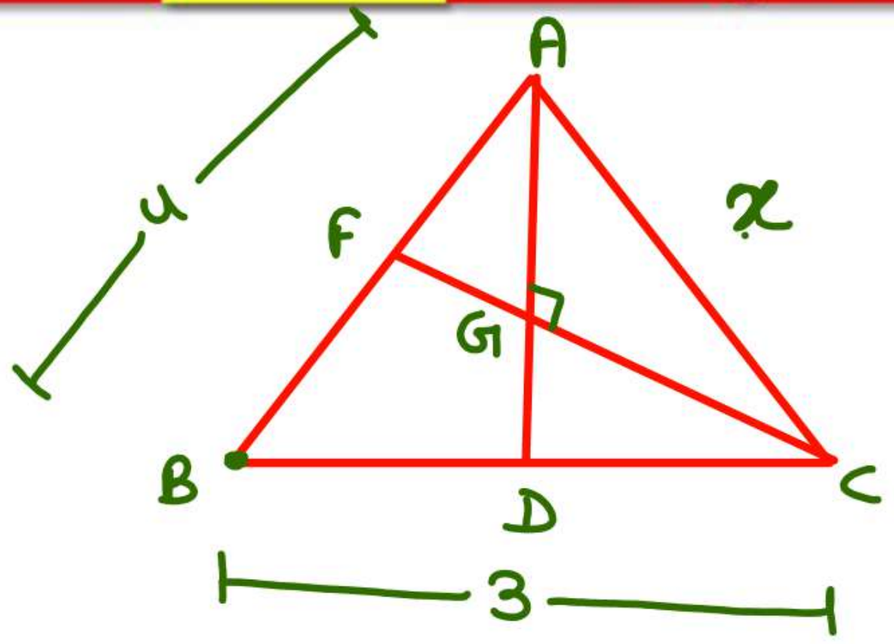
$19^2+22^2=5x^2$

$\Rightarrow 361+484=5x^2$

$\Rightarrow 845=5x^2$

$169=x^2$

$\Rightarrow x=13$



20. Consider ΔABC the medians AD & CF intersect at right angles at G. if BC = 3 cm and AB = 4cm, then the length of AC is (in cm):

ΔABC पर विचार करें, माध्यिकाएं AD और CF, G पर समकोण पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि BC = 3 सेमी और AB = 4 सेमी है, तो AC की लंबाई (सेमी में) है:

(a) $\sqrt{12}$ **(b)** 3.5

(c) $\sqrt{5}$ **(d)** $\sqrt{7}$

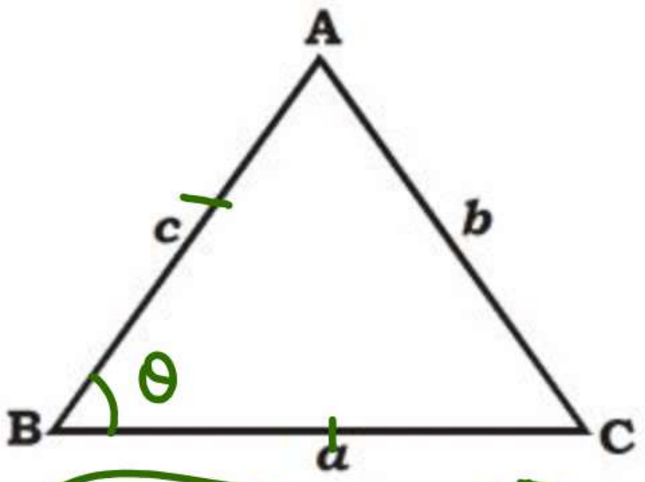
$4^2+3^2=5x^2$

$\Rightarrow 5=5x^2$

$\therefore x=\sqrt{5}$

Cosine Rule/ को-ज्या का नियम

In any ΔABC/किसी त्रिभुज ABC में



$$\cos\theta = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

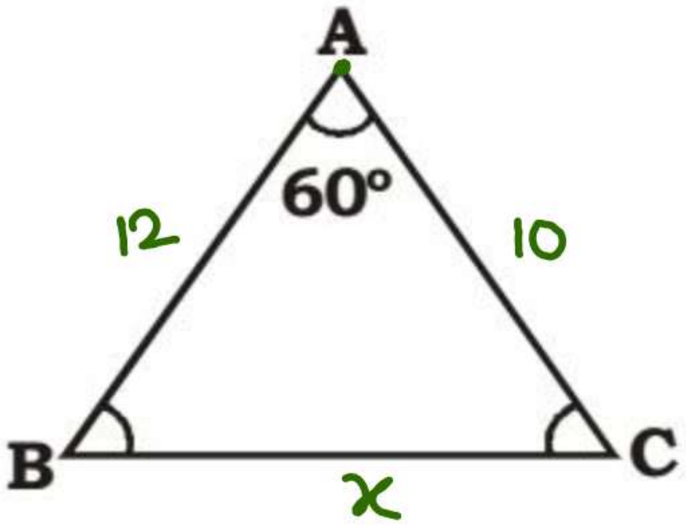
If two sides and angle between sides are given, then we can find the opposite side by Cosine Rule.

यदि दो भुजा और भुजाओं के बीच का कोण दिया हो, तो को-ज्या के नियम से हम विपरीत भुजा ज्ञात कर सकते हैं।

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$$

$$\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$



21. In the triangle ABC, AB = 12cm and AC = 10cm, and ∠BAC = 60° What is the value of the length of the side BC?

त्रिभुज ABC में AB = 12 cm और AC = 10 cm, और ∠BAC = 60° है। भुजा BC की लंबाई का मान क्या है?

SSC CGL 01/12/2022 (Shift- 01)

(a) 10 cm **(b) 7.13 cm**
(c) 13.20 cm **(d) 11.13 cm**

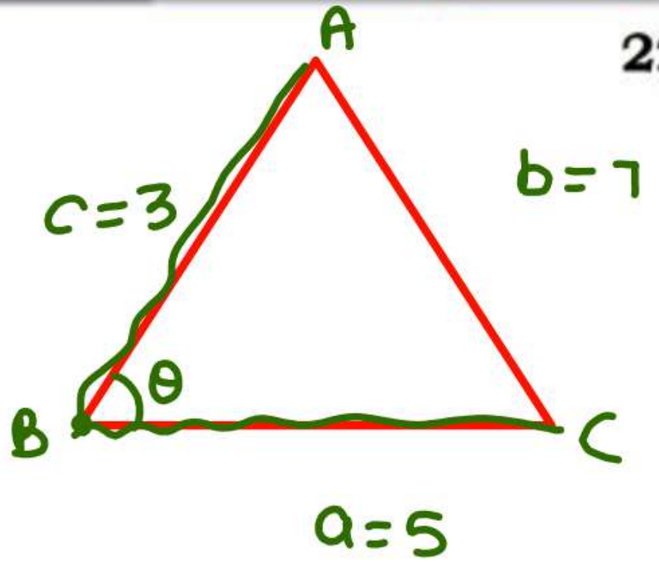
$$\cos 60° = \frac{12^2 + 10^2 - x^2}{2 \times 12 \times 10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{244 - x^2}{240}$$

$$\Rightarrow 120 = 244 - x^2$$

$$x^2 = 124$$

$$\Rightarrow x = 11.13$$



22. In a triangle ABC, if the three sides are a = 5, b = 7 and c = 3, what is angle B?

एक त्रिभुज ABC में, यदि तीन भुजाएँ हैं a = 5, b = 7 और c = 3, कोण B क्या है?

SSC CHSL 24/05/2022 (Shift- 1)

(a) $120°$ $\cos 120° = -\frac{1}{2}$ (b) $60°$ $\cos 60° = \frac{1}{2}$

(c) $90°$ $\cos 90° = 0$ (d) $150°$

$$\cos\theta = \frac{3^2+5^2-7^2}{2\times3\times5}$$

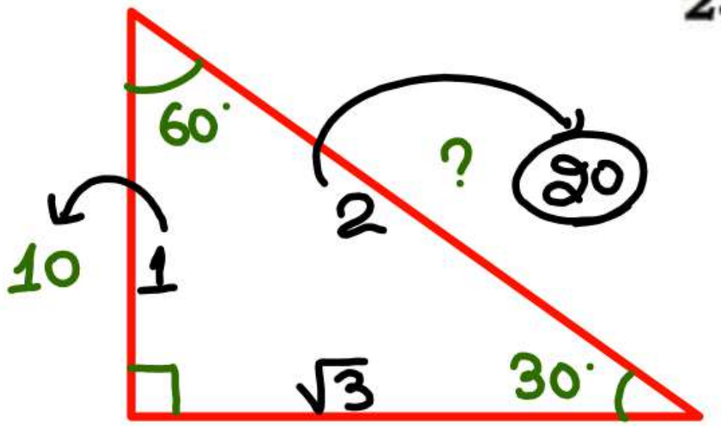
$$= \frac{34-49}{30} = -\frac{18}{30} -\frac{1}{2}$$

II	I All
90-180	0-90

$$\cos 120° = \cos(90+30°)$$

$$= -\sin 30°$$

$$= -\frac{1}{2}$$

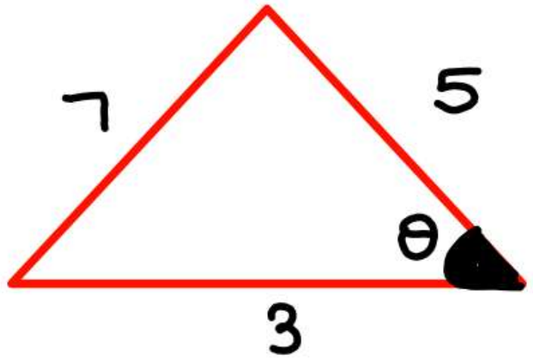


23. If the measure of the angles of triangle are in the ratio, 1 : 2 : 3 and if the length of the smallest side of the triangle is 10 cm, then the length of the longest side is :

यदि किसी त्रिभुज के कोणों की माप का अनुपात 1 : 2 : 3 है और त्रिभुज की सबसे छोटी भुजा की लंबाई 10 सेमी हो, तो सबसे बड़ी भुजा की लंबाई क्या है?

(a) 20 cm
(b) 25 cm
(c) 30 cm
(d) 35 cm

$6x = 180$ 30°



24. The largest angle of a triangle of sides 7 cm, 5 cm and 3 cm is :

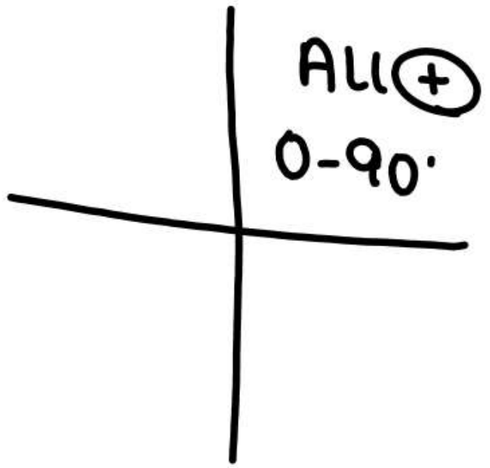
7 सेमी, 5 सेमी और 3 सेमी भुजा वाले किसी त्रिभुज का सबसे बड़ा कोण है:

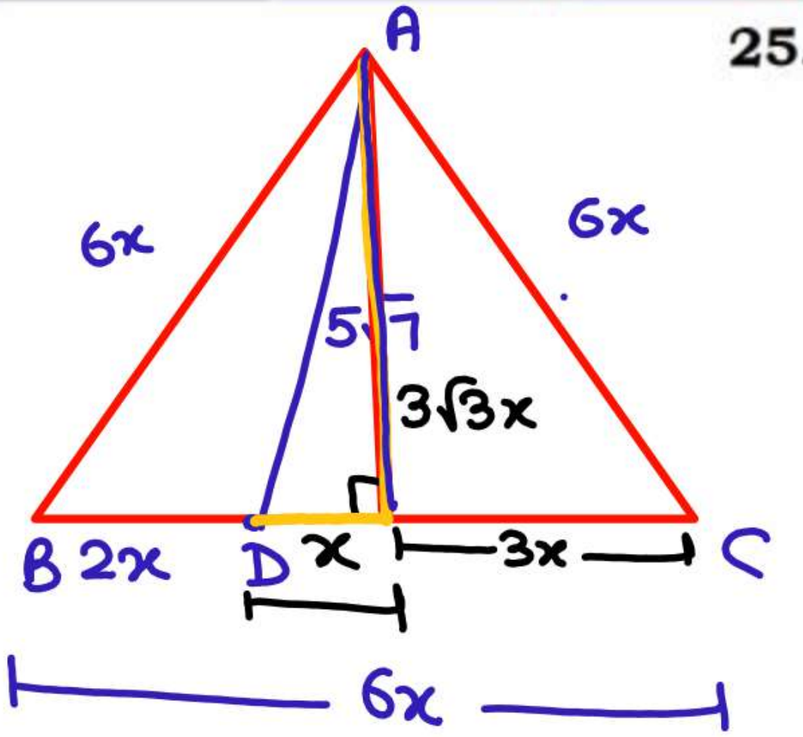
~~(a) 45°~~ ~~(b) 60°~~

~~(c) 90°~~ (d) ~~120°~~

$$\cos\theta = \frac{3^2+5^2-7^2}{2\times3\times5}$$

$$= -\frac{15}{30} \quad -\frac{1}{2}$$





25. **ΔABC is an equilateral triangle. D is a point on side BC such that BD : BC = 1 : 3. If AD = $5\sqrt{7}$ cm, then the side of the triangle is:**

ΔABC समबाहु त्रिभुज है। भुजा BC पर एक बिन्दु D इस प्रकार है कि BD : BC = 2 : 6 यदि AD = $5\sqrt{7}$ सेमी है, तो त्रिभज की भुजा ज्ञात करें।

SSC CGL 18/08/2021 (Shift- 02)

(a) 18 cm (b) 12 cm
(c) 20 cm (d) 15 cm

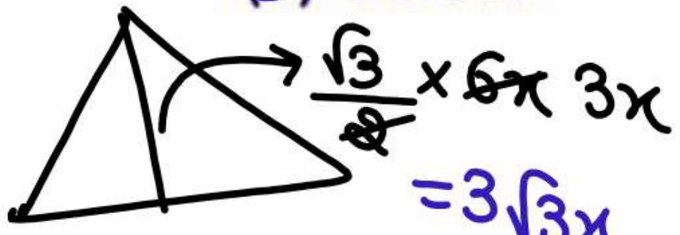
$x^2 + (3\sqrt{3}x)^2 = (5\sqrt{7})^2$

$\Rightarrow x^2 + 27x^2 = 175$

$\Rightarrow 28x^2 = 175$

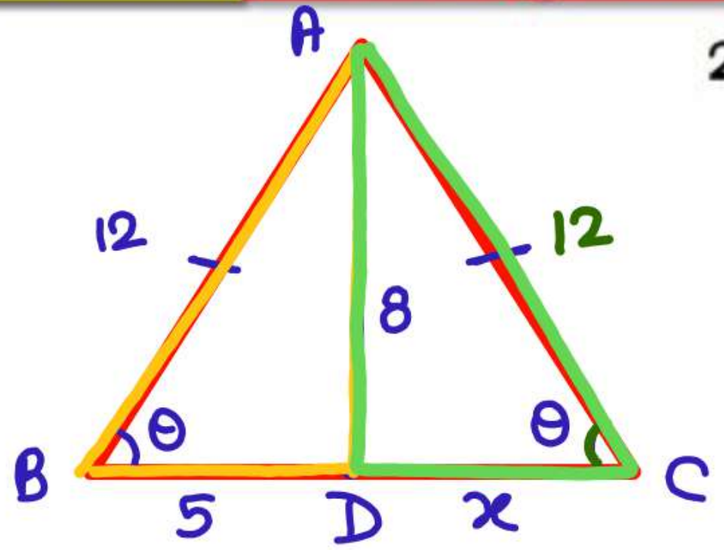
$x^2 = \frac{25}{4}$

$x = \frac{5}{2}$



$= 3\sqrt{3}x$

$\text{Ans} = \frac{3}{2} \times 5 = 15$



26. **In ΔABC, AB = AC and D is a point on BC. If BD = 5 cm, AB = 12 cm and AD = 8 cm, then the length of CD is :**

ΔABC में AB = AC है और D, BC पर स्थित एक बिन्दु है। यदि BD = 5 सेमी, AB = 12 सेमी और AD = 8 सेमी है, तो CD की लंबाई ज्ञात करें।

SSC CGL Tier-II (12/09/2019)

(a) 14.8 cm (b) 16.2 cm

(c) 16 cm ✓ (d) 14 cm

$$\cos\theta = \frac{12^2+5^2-8^2}{2\times12\times5} = \frac{12^2+x^2-8^2}{2\times12\times x}$$

$$\Rightarrow \frac{21}{5} = \frac{144-64+x^2}{x}$$

$$\Rightarrow 21x = 80+x^2$$

$$\Rightarrow 0 = x^2-21x+80$$

$$x^2-16x-5x+80=0$$

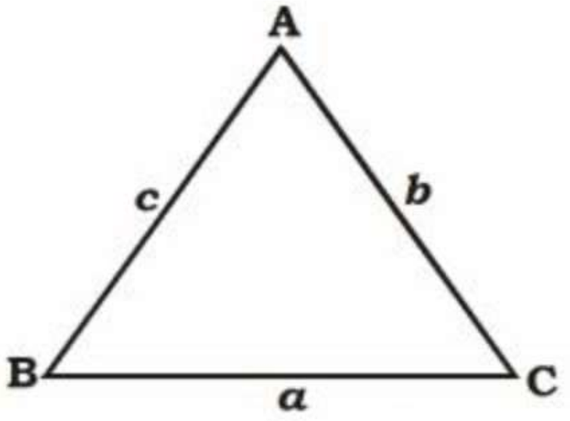
$$\Rightarrow x(x-16)-5(x-16)=0$$

$$\Rightarrow (x-16)(x-5)=0$$

$$x = 16, \cancel{5}$$

Sine Rule/ ज्या का नियम

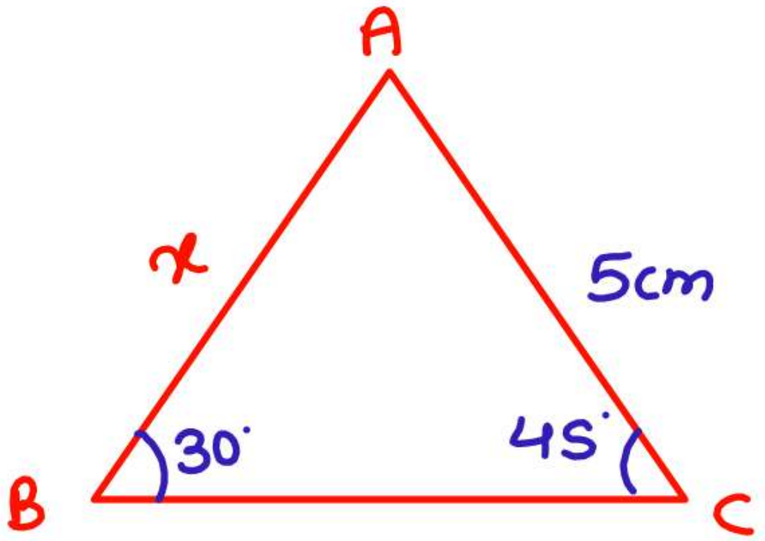
In any ΔABC/किसी त्रिभुज ABC में



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Ratio of side and sine of opposite angle of a triangle is equal to double of circum radius.

किसी त्रिभुज में भुजा और उसके विपरीत कोण की ज्या का अनुपात त्रिभुज की बाह्य त्रिज्या के दोगुने के बराबर होता है।



$$\frac{5}{\sin 30^\circ} = \frac{x}{\sin 45^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{\frac{1}{2}} = \frac{x}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

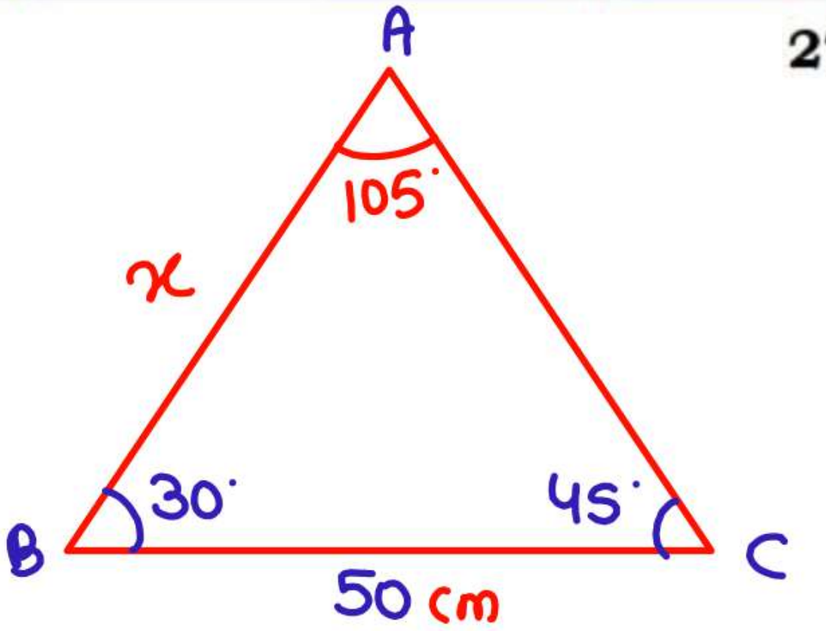
$$\Rightarrow 5\sqrt{2} = x$$

$$\sin 105^\circ = \sin(60 + 45^\circ)$$

$$= \sin 60 \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 105^\circ = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$



27. **In a triangle ABC, ∠B = 30° and ∠C = 45°. If BC = 50cm then find the length of AB/**

किसी त्रिभुज ABC में, ∠B = 30° और ∠C = 45° है। यदि BC = 50 है तो AB की लंबाई ज्ञात करें।

(a) $\frac{50}{\sqrt{3}+1}$

(b) $50(\sqrt{3}-1)$

(c) $\frac{100}{(\sqrt{3}-1)}$

(d) $100(\sqrt{3}-1)$

$$\frac{50}{\sin 105^\circ} = \frac{x}{\sin 45^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{50}{\frac{(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{2}}} = \frac{x}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$\Rightarrow \frac{100}{(\sqrt{3}+1)} = x$$

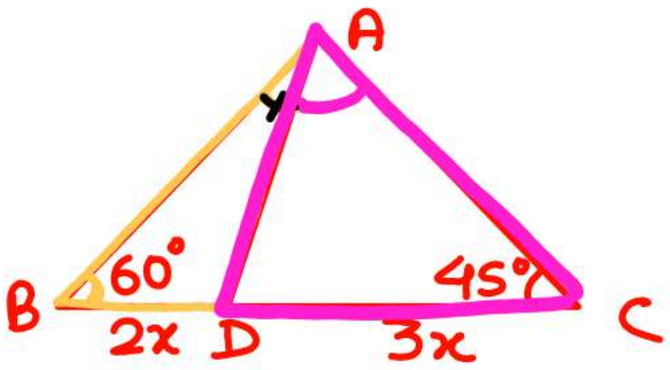
$$\Rightarrow \frac{50 \times (\sqrt{3}-1)}{2} = x$$

28. In a triangle ABC, AD divides BC in the ratio 2 : 3. If $\angle B = 60°$ and $\angle C = 45°$, then find the $\frac{\sin\angle BAD}{\sin\angle CAD}$.

त्रिभुज ABC में AD भुजा BC को 2 : 3 के अनुपात में विभाजित करती है। यदि $\angle B = 60°$ और $\angle C = 45°$ हों, तो $\frac{\sin\angle BAD}{\sin\angle CAD}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{6}}$ (d) $\sqrt{6}$



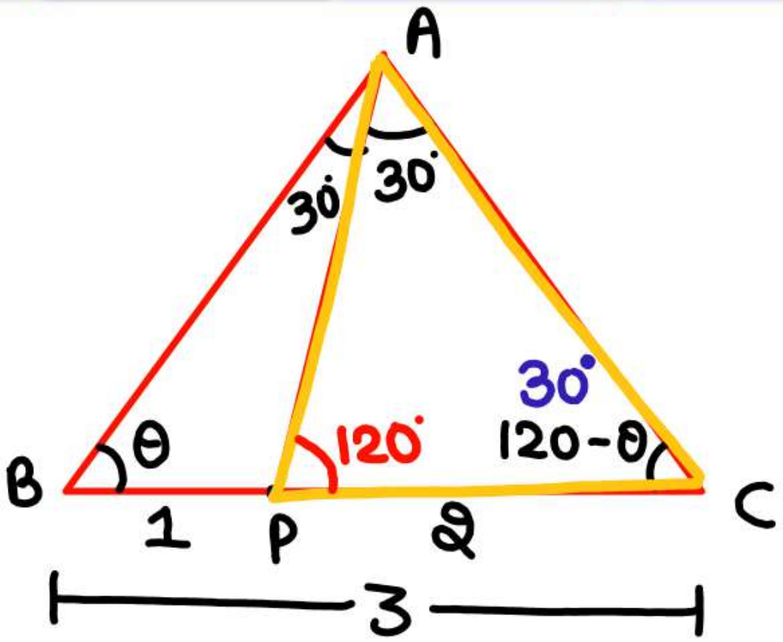
$$\sin 60° \times \frac{2x}{\sin\angle BAD} = AD$$

$$\sin 45° \times \frac{3x}{\sin\angle CAD} = AD$$

$$\sin 60° \times \frac{2x}{\sin\angle BAD} = \sin 45° \times \frac{3x}{\sin\angle CAD}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{\sin\angle BAD} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{3\sqrt{3}}{\sin\angle CAD}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sin\angle BAD}{\sin\angle CAD}$$



29. **ABC is a triangle with ∠BAC = 60°. A point P lies on one-third of the way from B to C and AP bisects ∠BAC. Find ∠APC.**

त्रिभुज ABC में ∠BAC = 60° है। बिन्दु P, B और C के बीच B से एक-तिहाई दूरी पर स्थित है। AP, ∠BAC को समद्विभाजित करता है। ∠APC का मान ज्ञात करें।

(a) 30° **(b) 120°**

(c) 60° **(d) 90°**

$$\frac{1}{\sin 30^\circ} = \frac{AP}{\sin\theta}$$

$$\frac{2}{\sin 30^\circ} = \frac{AP}{\sin(120-\theta)}$$

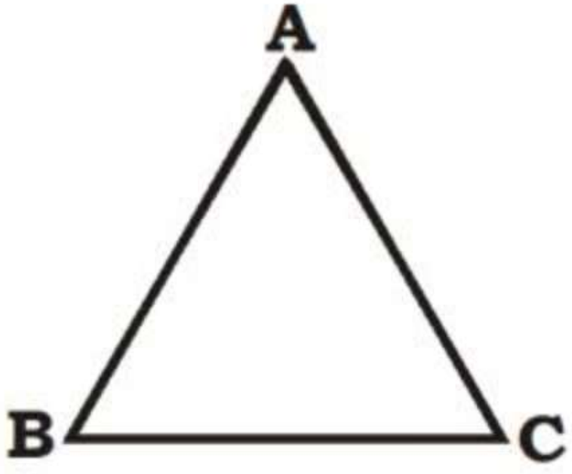
$$\frac{\sin\theta}{\sin 30^\circ} = \frac{2\sin(120-\theta)}{\sin 30^\circ}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\sin(120-\theta)}{\sin\theta}$$

put $\theta = 90^\circ$

$$\frac{\sin 30^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{2}$$

Acute Angled Triangle / न्यूनकोण त्रिभुज



If each of the angles of a triangle is accute, then the triangle is called an acute-angled triangle.

यदि किसी त्रिभुज का प्रत्येक कोण न्यूनकोण हो, तो त्रिभुज न्यूनकोण त्रिभुज कहलाता है।

If $\angle A < 90°$, $\angle B < 90°$ and $\angle C < 90°$, then ΔABC is a acute-angled triangle.

यदि $\angle A < 90°$, $\angle B < 90°$ और $\angle C < 90°$ हो, तो ΔABC न्यूनकोण होता है।

Properties of a Acute -angled Triangle

न्यूनकोण त्रिभुज की विशेषताएं

(i) **Each of the angles of the triangle is acute.**

त्रिभुज का प्रत्येक कोण न्यूनकोण होता है।

$0^\circ < \angle A, \angle B, \angle C < 90^\circ$

(ii) **The sum of the any two angles of the triangle is always greater than the third angle.**

त्रिभुज के दो कोणों का योग हमेशा तीसरे कोण से अधिक होता है।

(a) $\angle A + \angle B > \angle C$

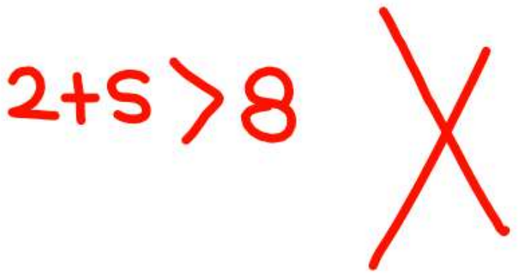
(b) $\angle B + \angle C > \angle A$

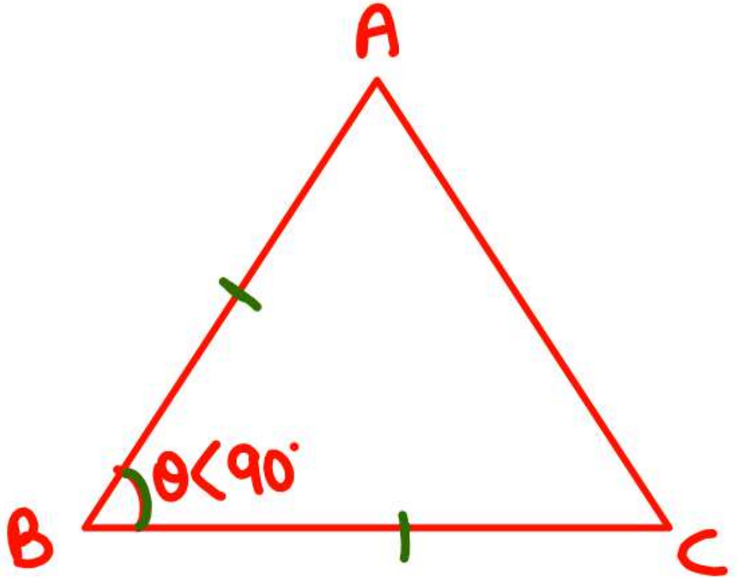
(c) $\angle C + \angle A > \angle B$

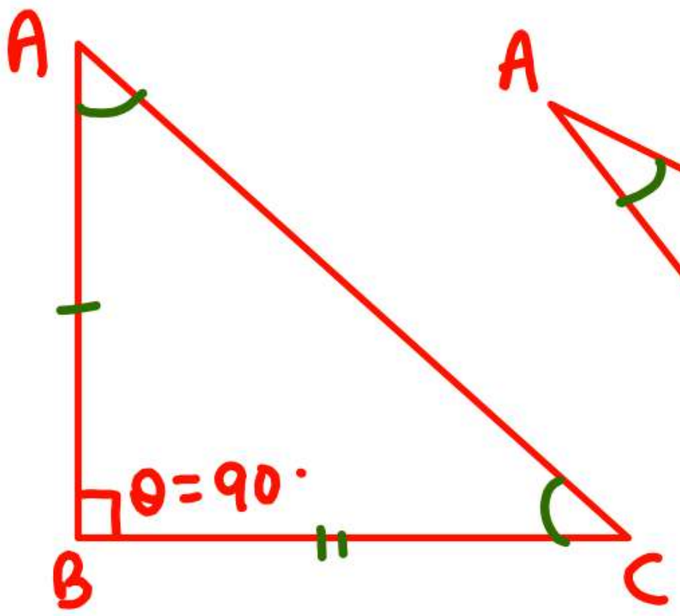
30. **Which one of the following cannot be the ratio of angles in acute-angled triangle?**

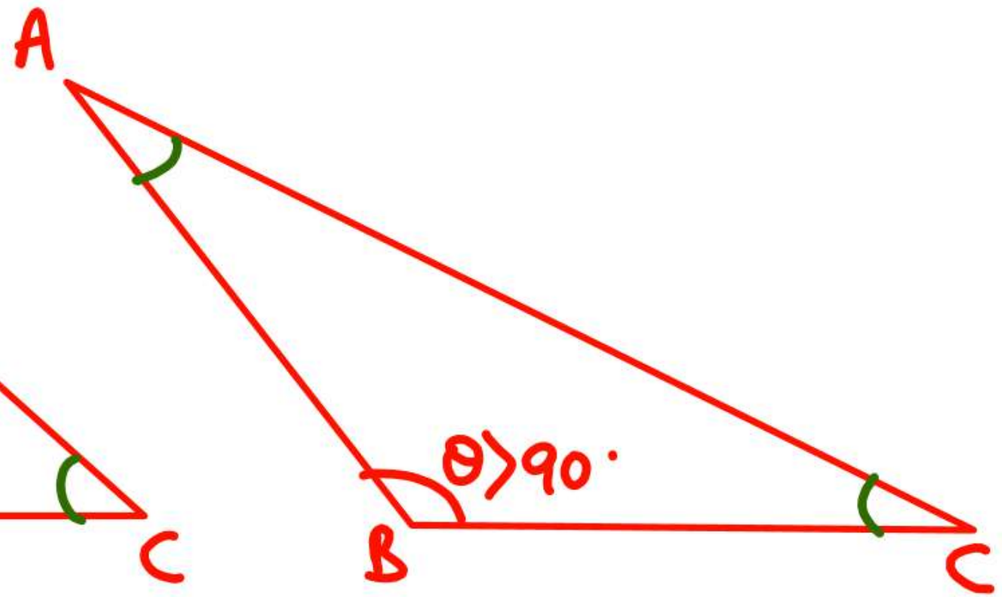
निम्न में से कौन-सा न्यूनकोण त्रिभुज के कोणों का अनुपात नहीं हो सकता है?

(a) 2 : 5 : 8
(b) 4 : 1 : 4
(c) 2 : 3 : 4
(d) 1 : 1 : 1









Acute △
न्यूण △

Right △
समकोण △

Obtuse △
अधिक △

Side →

$AB^2+BC^2>AC^2$

$AB^2+BC^2=AC^2$

$AB^2+BC^2<AC^2$

Angle →

$\angle A+\angle C>\angle B$

$\angle A+\angle C=\angle B$

$\angle A+\angle C<\angle B$

31. If the ratio of the angles of a triangle is 59 : 32 : 91 then type of triangle is

91

यदि किसी त्रिभुज के कोणों का अनुपात 59 : 32 : 91 है तो त्रिभुज का प्रकार है

(a) Acute
(b) Right
(c) Obtuse
(d) Isosceles

(iii) The sum of the squares of any two sides of the triangle is greater than the square of the third side.

त्रिभुज के दो भुजाओं के वर्गों का योगफल तीसरी भुजा के वर्ग से अधिक होता है।

(a) $AB^2 + BC^2 > AC^2$

(b) $BC^2 + AC^2 > AB^2$

(c) $AC^2 + AB^2 > BC^2$

32. **Which of the following can be the 3 sides of accute angled triangle?**

निम्न में से कौन-सी किसी न्यूनकोण त्रिभुज की तीन भुजाएँ हो सकती है?

(a) 2 cm, 4 cm, 3 cm
(b) 1 cm, 2 cm, 3 cm
(c) 4 cm, 8 cm, 7 cm
(d) 9 cm, 12 cm, 15 cm

$4^2+7^2 > 8^2$ ✓

$2^2+3^2 < 4^2$

$1^2+2^2 < 3^2$

33. x, y and z are the sides of a triangle. If z is the largest side and $x^2 + y^2 > z^2$, then the triangle is a:

x, y तथा z एक त्रिभुज हैं। यदि z सबसे लंबी भुजा तथा $x^2 + y^2 > z^2$ हो, तो त्रिभुज एक है।

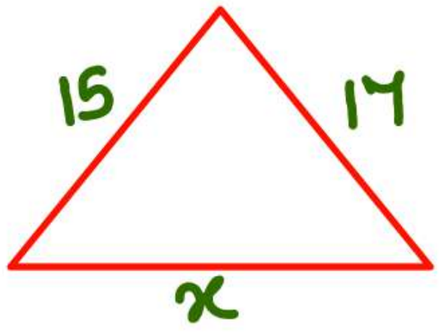
SSC CGL MAINS (08/08/2022)

(a) Isosceles right angled triangle
(b) Right angled triangle
(c) Acute angled triangle
(d) Obtuse angled triangle

34. **The 3 sides of an acute angled triangle are 15,17 and x cm. if x is an integer then how many such triangles are possible?**

किसी न्यून कोण त्रिभुज की तीन भुजाएं 15 सेमी, 17 सेमी और x सेमी है। यदि x एक पूर्णांक है तो ऐसे कितने त्रिभुज संभव है।

(a) 13 (b) 14
(c) 29 (d) 15

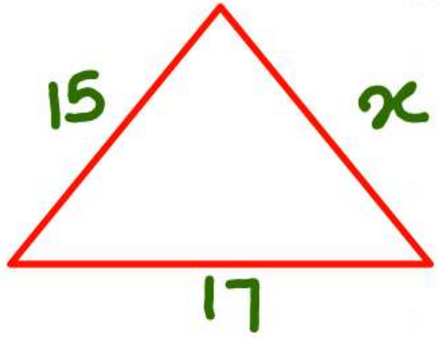


$15^2+x^2>17^2$

$x^2>289-225$

$x^2>64$

$x>8$



$15^2+17^2>x^2$

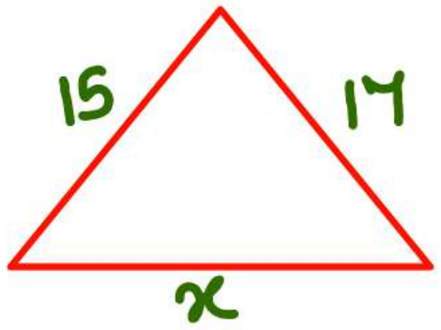
$514>x^2$

$x=22,21,20,19,18,17,16,15,14,13,12,11,10,9$

34. **The 3 sides of an acute angled triangle are 15,17 and x cm. if x is an integer then how many such triangles are possible?**

किसी न्यून कोण त्रिभुज की तीन भुजाएं 15 सेमी, 17 सेमी और x सेमी है। यदि x एक पूर्णांक है तो ऐसे कितने त्रिभुज संभव है।

(a) 13 (b) 14
(c) 29 (d) 15

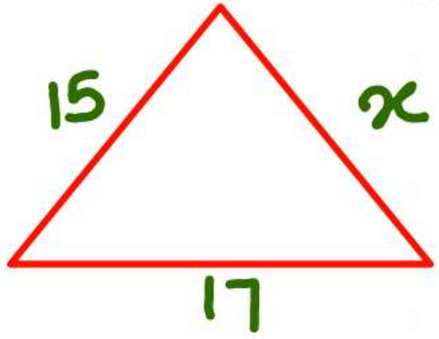


$15^2+x^2>17^2$

$x^2>289-225$

$x^2>64$

$x>8$



$15^2+17^2>x^2$

$514>x^2$

$x<23$

$8<x<23$

Ans = 15-1

= 14

$5 < x < 12$

ans = diff - 1

= 7 - 1

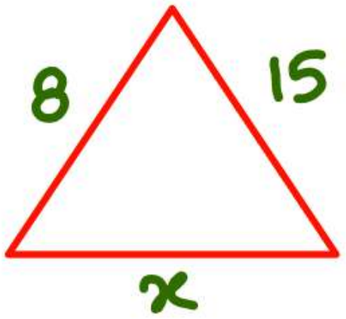
= 6

35. **The length of sides of an accute angle triangle are 5 cm, x cm and 12 cm where $5 < x < 12$. How many integral solution of x are possible?**

किसी न्यूनकोण त्रिभुज की भुजाओं की लंबाई 5 सेमी, x सेमी और 12 सेमी है जहाँ $5 < x < 12$ है। x के कितने पूर्णांक हल संभव हैं?

(a) 0 (b) 1

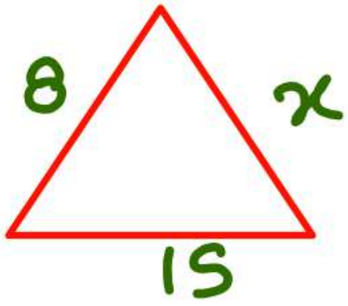
(c) 8 (d) 6



$8^2+x^2>15^2$

$x^2>161$

$x>12$



$8^2+15^2>x^2$

$17^2>x^2$

$17>x$

$12<x<17$

Ans = 5 - 1

= 4

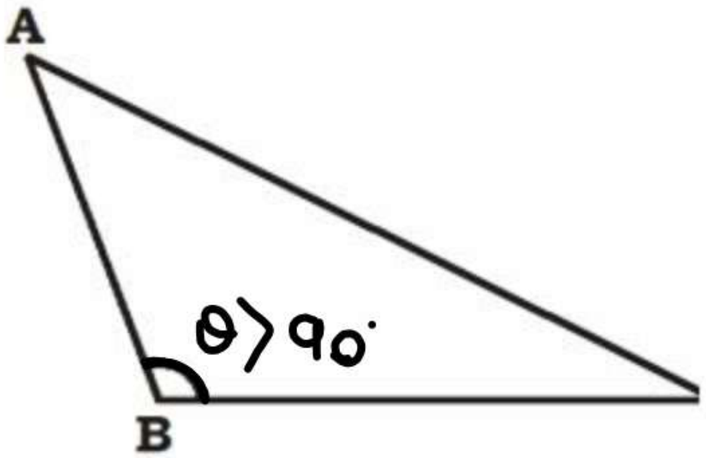
36. **In an acute-angled triangle ABC, sides are of lengths 8 cm, 15 cm and x cm. If x is an integer, then how many such x exists?**

किसी न्यूनकोण त्रिभुज **ABC** की भुजाओं की लंबाई 8 सेमी, 15 सेमी और x सेमी है। यदि x एक पूर्णांक हो, तो ऐसे x के कितने मान संभव हैं?

(a) 5 **(b) 10**

(c) 4 **(d) 60**

Obtuse Angled Triangle / अधिक कोण त्रिभुज



If one of the angle of a triangle is obtuse, then the triangle is called an obtuse-angled triangle.

यदि किसी त्रिभुज का एक कोण अधिककोण हो, तो त्रिभुज अधिककोण त्रिभुज कहलाता है।

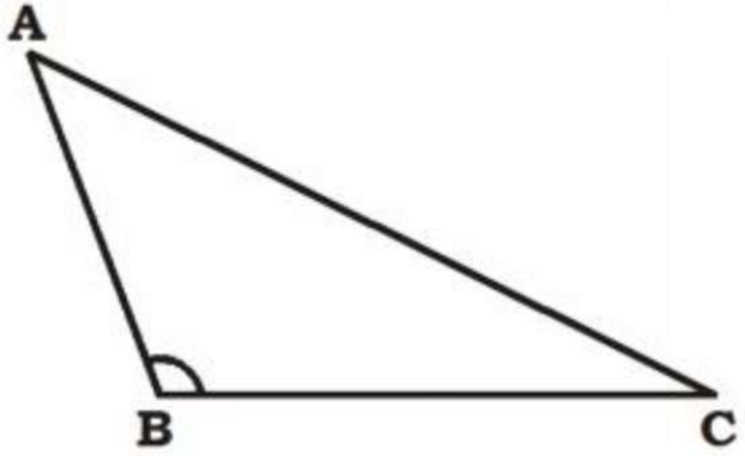
$\angle B > 90°$, $\angle A < 90°$ and $\angle C < 90°$, then

Triangle ABC is obtuse angled triangle.

त्रिभुज **ABC** एक अधिककोण त्रिभुज है।

Properties of a Obtuse -angled Triangle

अधिक कोण त्रिभुज की विशेषताएं



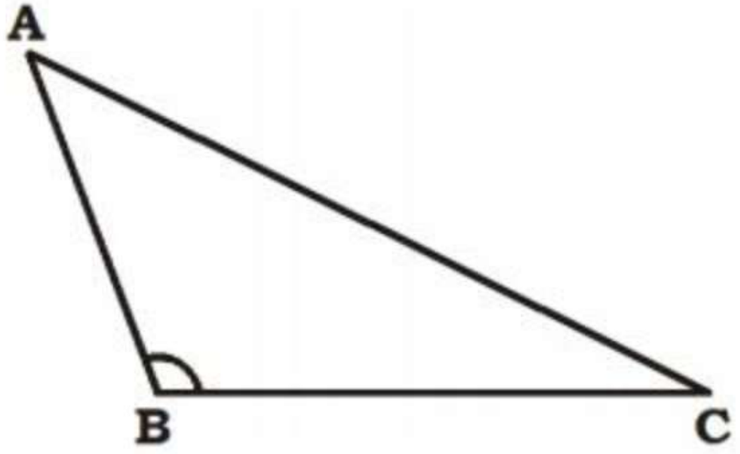
In a ΔABC, ∠B is obtuse, then

त्रिभुज ΔABC में ∠B अधिक हो, तो

(i) **Exctly one of the angle of the triangle is obtuse and other two angles are acute.**

त्रिभुज का एक कोण अधिक और अन्य दो कोण न्यूनकोण होते हैं।

$\angle B = 90^\circ$ and $0^\circ < \angle A, \angle C < 90^\circ$



(ii) **The sum of the two acute angles of the triangle is less than the obtuse angle.**

त्रिभुज के दो न्यूनकोणों का योग अधिक कोण से कम होता है।

$(\angle A + \angle C) < \angle B$

(iii) **The sum of the square of two smaller sides is lesss than the square of the third side (the largest side).**

दो छोटी भुजाओं के वर्गों का योग तीसरी भुजा (सबसे बड़ी भुजा) के वर्ग से कम होता है।

(a) $AB^2 + BC^2 < AC^2$

(b) $AB^2 + AC^2 < BC^2$

(c) $AC^2 + BC^2 < AB^2$

37. **If one angle of triangle PQR is greater than the sum of the other two, the triangle PQR will be:**
यदि त्रिभुज **PQR** का एक कोण अन्य दो कोणों के योग से बड़ा है तो त्रिभुज **PQR** _____ त्रिभुज होगा।

SSC CPO 29/06/2024 (Shift-01)

(a) **Obtuse angle/**अधिक कोण
(b) **Equilateral/**समबाहु
(c) **Right angle/**समकोण
(d) **Acute angle/**न्यून कोण

38. The sides of a ΔABC are 12 cm, 8 cm and 6 cm respectively. ΔABC is :

ΔABC की भुजाओं की लंबाई क्रमश: 12 सेमी, 8 सेमी और 6 सेमी है। ΔABC है :

(a) Acute (b) Obtuse

(c) Right-angled (d) Can't be determined

$8^2 + 6^2 < 12^2$

$64 + 36 < 144$

$100 < 144$

39. The sides of a triangle are in the ratio 4 : 6 : 8. The triangle is a/an:

एक त्रिभुज की भुजाएँ 4 : 6 : 8 के अनुपात में है। यह कैसा त्रिभुज है?

SSC CGL 02/12/2022 (Shift- 02)

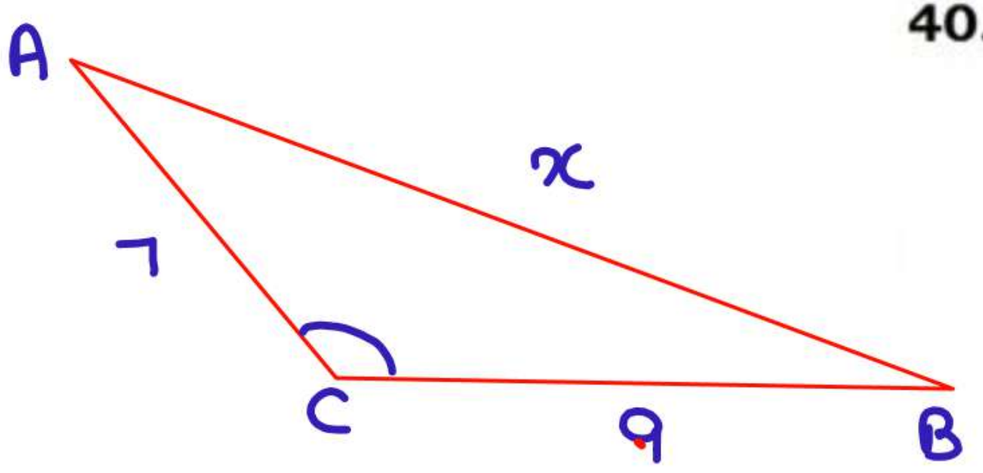
(a) Isosceles triangle (b) Obtuse-angled

(c) Acute-angled (d) Right-angled

$4^2 + 6^2 < 8^2$

$16 + 36$

$52 < 64$



40. **In a ΔABC $\angle C$ is obtuse and length of side BC and AC are respectively 9 cm and 7 cm. The minimum possible length of AB is : (where length of AB is an integer)**

ΔABC में $\angle C$ अधिक कोण है और भुजा BC और AC की लंबाई क्रमश: 9 सेमी और 7 सेमी है। AB की न्यूनतम संभव लंबाई है (जहाँ AB की लंबाई एक पूर्णांक है)

(a) 12 cm ~~(b) 10 cm~~

~~(c) 11 cm~~ **(d) 14 cm**

$7^2+9^2<x^2$

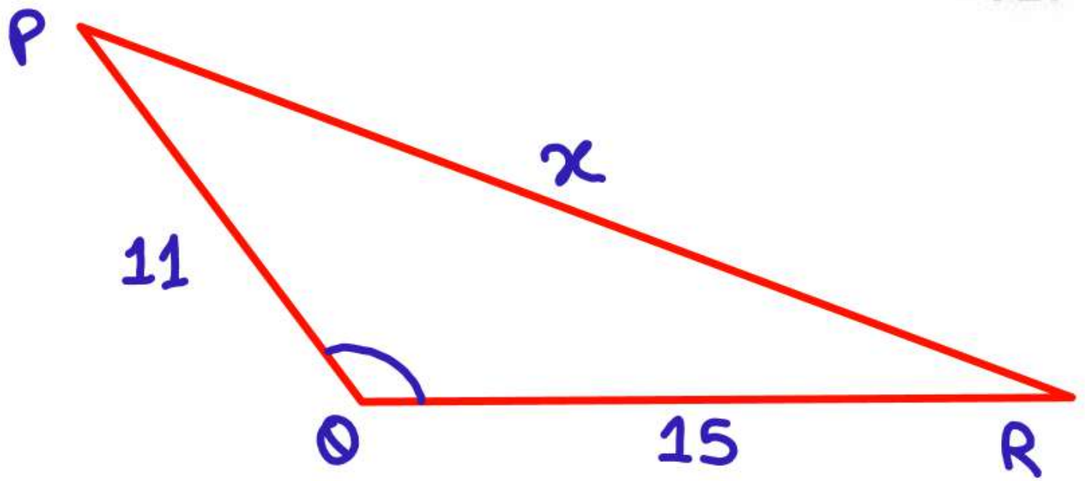
$\Rightarrow 49+81<x^2$

$\Rightarrow 130<x^2$

$11<x$

$2<x<16$

3, 4, 5 ... - 15



41. **In an obtuse angle triangle PQR, angle Q is obtuse angle if side PQ=11cm, QR=15cm then find minimum possible integer length of side PR?**

एक अधिक कोण त्रिभुज में, कोण Q अधिक कोण है। यदि भुजा **PQ = 11** सेमी, **QR = 15** सेमी तब भुजा **PR** की न्यूनतम लंबाई क्या होगी।

(a) 18 cm (b) 19 cm
(c) 23 cm (d) 22 cm

$11^2+15^2<x^2$

$\Rightarrow 121+225<x^2$

$\Rightarrow 346<x^2$

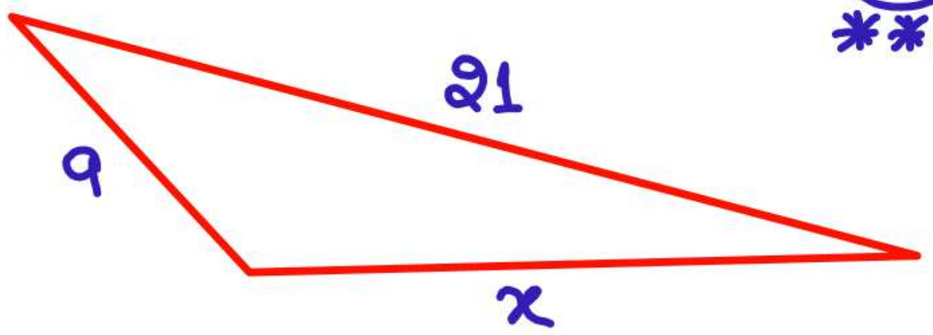
$18<x$

42. ***

Consider obtuse-angled triangles with sides 9cm, 21cm and x cm. if 21 is the greatest side and x is an integer, then how such triangles exist?

एक अधिक कोण त्रिभुज की भुजाये क्रमश: 9 सेमी, 21 सेमी और x सेमी है। यदि त्रिभुज की सबसे बड़ी भुजा 21 सेमी है और x एक पूर्णांक है तो कितने त्रिभुज संभव है।

(a) 5 (b) 6
(c) 7 (d) 8



$9^2+x^2<21^2$

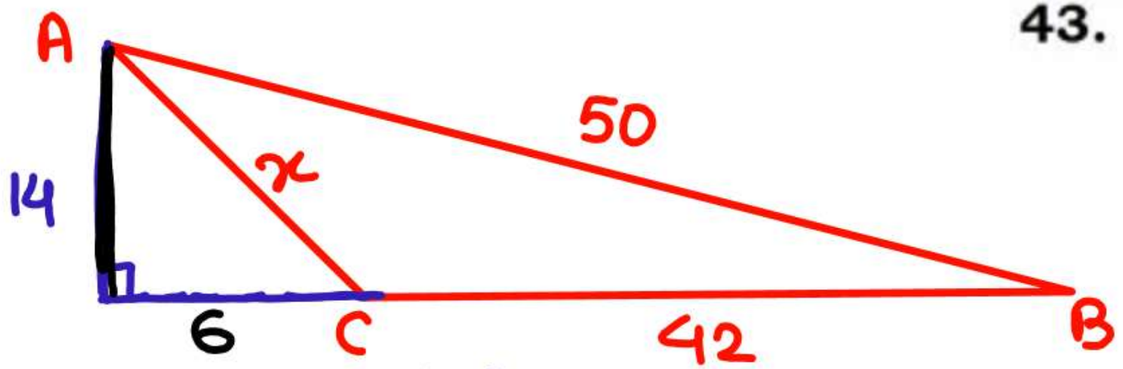
$\Rightarrow 81+x^2<441$

$\Rightarrow x^2<360$

$x<19$

$12<x<30$

13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 = = 8 ✓



$\frac{1}{2} \times 42 \times H = 294$ (21, 14)

$H = 14$

$\therefore \quad x = \sqrt{14^2 + 6^2}$

$= \sqrt{196 + 36}$

$= \sqrt{232} = \sqrt{4 \times 58} = 2\sqrt{58}$

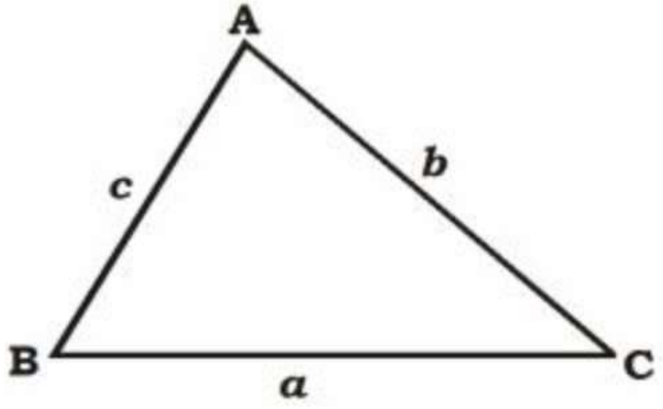
43. In an obtuse-angled triangle ABC, the length of its longest side AB is 50 cm and one of the other two sides is 42 cm. If the area of the triangle is 294 cm², what is the length (in cm) of its third side?

एक अधिक कोण त्रिभुज **ABC** में, इसकी सबसे लंबी भुजा **AB** की लंबाई 50 सेमी है और अन्य दो भुजाओं में से एक की लंबाई 42 सेमी है। यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल 294 सेमी² है, तो इसकी तीसरी भुजा की लंबाई (सेमी में) क्या है?

SSC CHSL 11/07/2024 (Shift- 04)

(a) $8\sqrt{35}$
(b) $15\sqrt{21}$
(c) $2\sqrt{58}$ ✓
(d) $12\sqrt{43}$

Scalene Triangle / विषमबाहु त्रिभुज



If all of the three sides of a triangle are of different lengths then the triangles is called a scalene triangle.

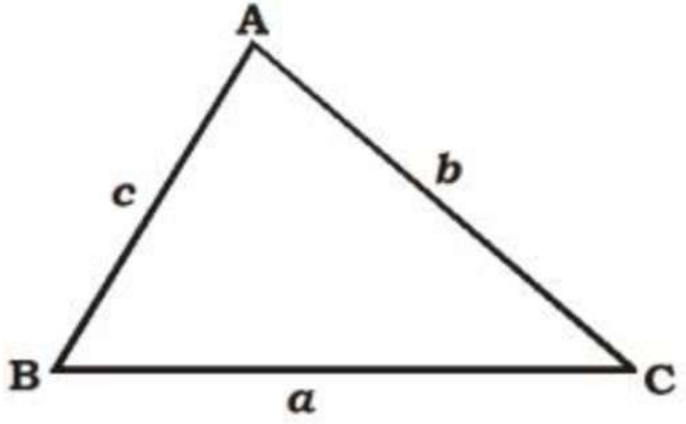
यदि किसी त्रिभुज की तीनों भुजाएँ अलग-अलग लम्बाइयों के हों तो त्रिभुज विषमबाहु कहलाता है।

$$AB \neq BC \neq CA$$

or $a \neq b \neq c$, then ΔABC is an scalene triangle.

Properties of a Scalene Triangle

विषमबाहु त्रिभुज की विशेषताएं

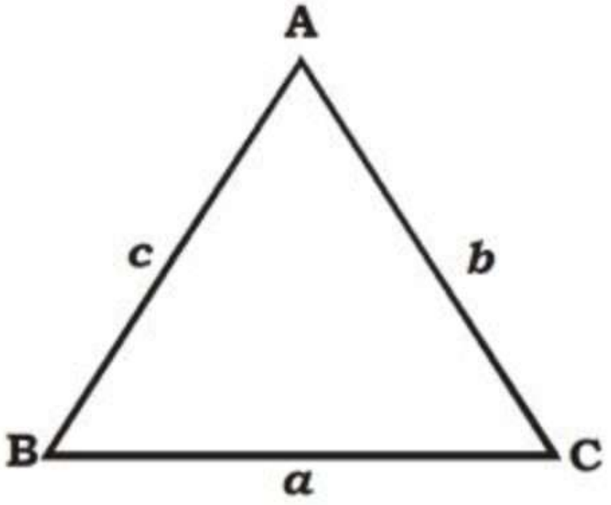


$AB \neq BC \neq CA$ or $a \neq b \neq c$

(i) **No two sides are equal in length, i.e.**
कोई दो भुजा लंबाई में बराबर नहीं होती है।

(ii) **No two angles are equal, i.e.**
कोई दो कोण बराबर नहीं होते हैं

$\angle A \neq \angle B \neq \angle C$



$$S = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\Delta = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$

(iii) Triangle may be one of the acute angled, right angled or obtuse angled.

त्रिभुज न्यूनकोण, समकोण या अधिककोण में से कोई एक हो सकता है।

(iv) Perimeter, Semi-perimeter and Area of scelene triangle

विषमबाहु त्रिभुज का परिमाप, अर्द्ध-परिमाप और क्षेत्रफल

Perimter/परिमाप = $a + b + c$

Semi-perimeter/अर्द्ध-परिमाप = $\frac{a+b+c}{2}$

Area of ΔABC/त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल

$= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$3x \quad 5x \quad 6x$

$$S = \frac{3x+5x+6x}{2}$$

$6 \cancel{42} = \cancel{7}x$

$x = 6$

$\therefore$ diff $= 3 \times 6 = 18$

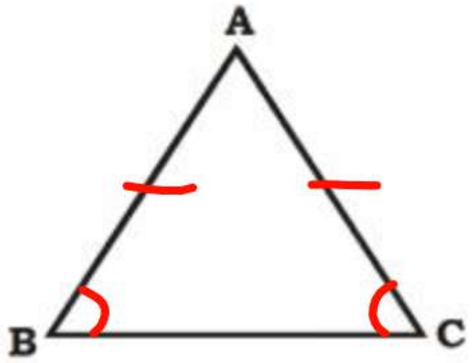
44. The sides of the scalene triangle ABC are in the ratio 3 : 5 : 6 and the semi-perimeter is 42 cm, what is the difference of the largest and the smallest sides of the triangle?

किसी विषमबाहु त्रिभुज **ABC** की भुजाओं का अनुपात **3 : 5 : 6** और अर्द्ध-परिमाप **42** सेमी है। सबसे बड़ी और सबसे छोटी भुजा की लंबाई में अंतर है –

(a) 6 cm **(b) 12 cm**

(c) 15 cm **(d) 18 cm**

Isosceles Triangle / समद्विबाहु त्रिभुज



If two sides of a triangle are equal in length, then the triangle is called an isosceles triangle.

यदि किसी त्रिभुज की दो भुजाओं की लंबाई बराबर हो, तो त्रिभुज समद्विबाहु कहलाता है।

If AB = AC ≠ BC, then the ΔABC is an isosceles triangle.

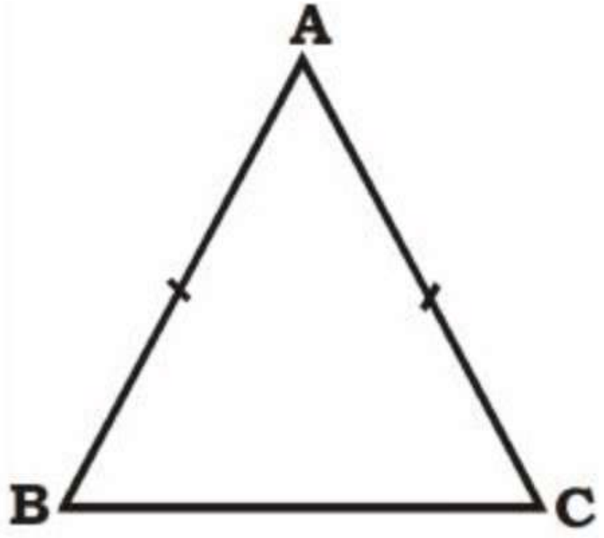
यदि **AB = AC ≠ BC** हो, तो **ΔABC** समद्विबाहु होता है।

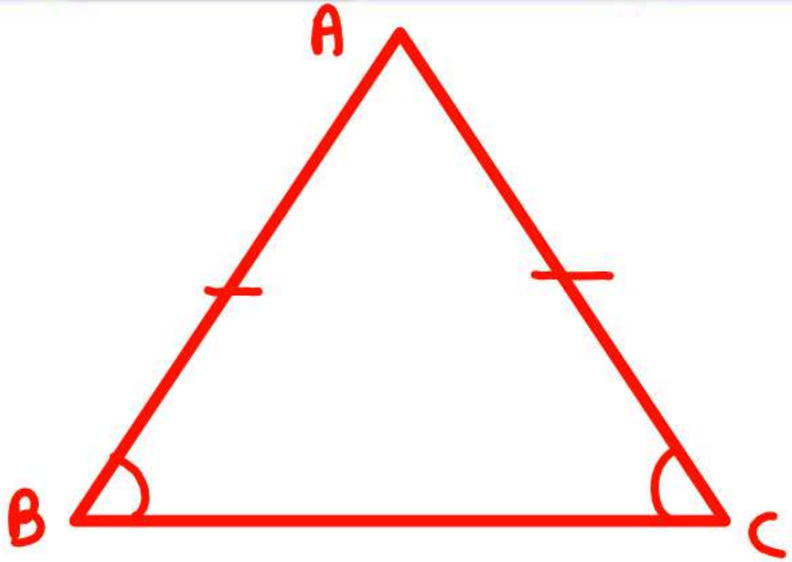
Properties of an Isosceles Triangle

समद्विबाहु त्रिभुज की विशेषताएं

ΔABC is an isosceles triangle in which AB = AC.

ΔABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें **AB = AC**





(i) **The length of the two sides are equal, i.e.**

दो भुजाओं की लंबाई बराबर होती है

AB = AC

(ii) **The length of the third side will be smaller or larger than the equal sides.**

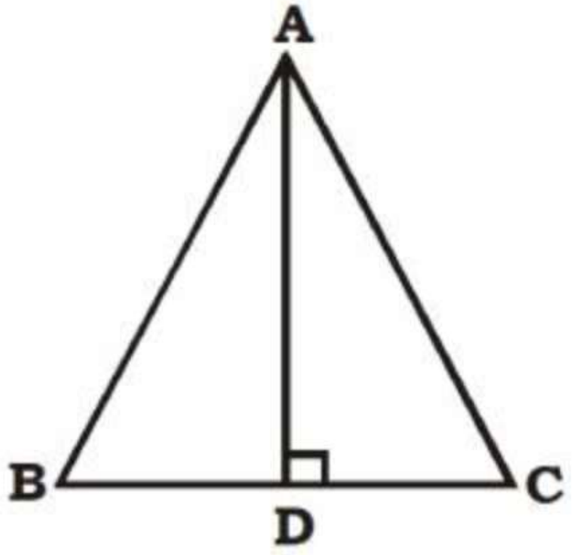
तीसरी भुजा की लंबाई बराबर भुजाओं की लंबाई से अधिक या कम हो सकती है।

BC > AB = AC or BC < AB = AC

(iii) **Two angles opposite to the equal sides are equal.**

समान भुजाओं के विपरीत का कोण बराबर होता है।

$\angle B = \angle C$ (opposite to the side AC and AB)



(iv) In an isosceles ΔABC, the median, the angle bisector, perpendicular bisector and the altitude of unequal side is the same and it divides the ΔABC in two congruent (equal) right-angled triangle.

समद्विबाहु त्रिभुज **ABC** में असमान भुजा की माध्यिका, कोण समद्विभाजक, लम्ब समद्विभाजक और लम्ब समान होते हैं और यह त्रिभुज **ABC** को दो सर्वांगसम (समान) समकोण त्रिभुजों में विभाजित करते हैं।

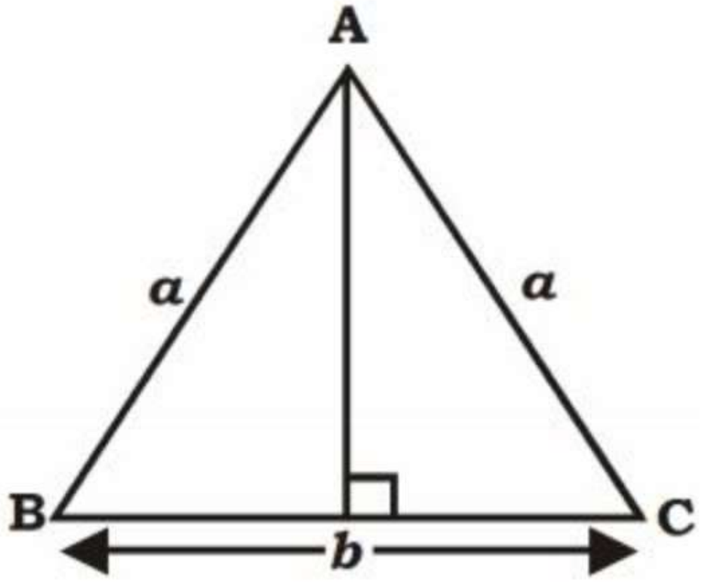
In ΔABC,

AD is the median, the angle bisector perpendicular bisector and the altitude.

AD माध्यिका, कोण समद्विभाज, लम्ब समद्विभाजक और लम्ब है।

AD ⊥ BC and BD = DC, then

ΔABD ≅ ACD



(v) Perimeter, semi-perimeter and Area
परिमाप, अर्द्ध-परिमाप और क्षेत्रफल

Perimeter/परिमाप = AB + BC + CA = $2a + b$.

Semi perimeter/अर्द्ध-परिमाप

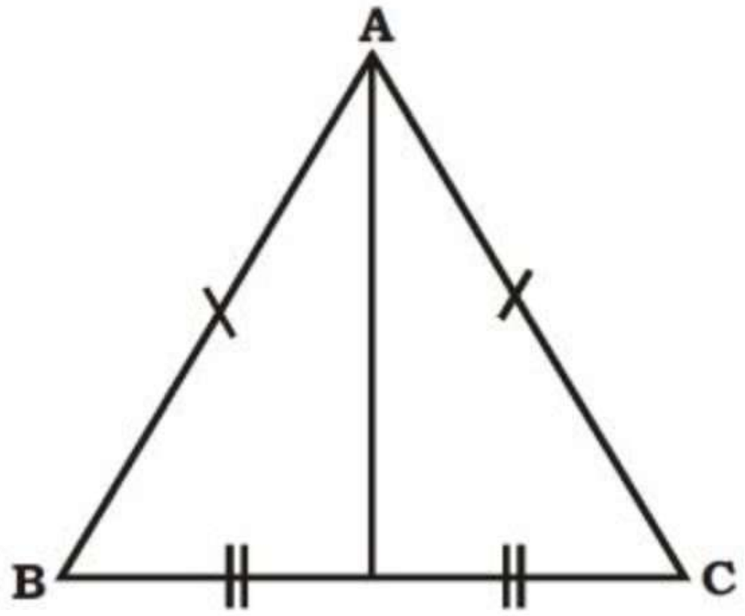
$$= \frac{AB + BC + CA}{2} = a + \frac{b}{2}$$

$$AD = \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2}$$

Area of ΔABC/ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$

Note : **In isosceles triangle ABC, ΔABD and ΔADC are the two congruent right-angled triangle. Use Pythagorean triplets in these right angled triangle.**

नोट : समद्विबाहु त्रिभुज **ABC** में, **ΔABD** और **ΔADC** दो समकोण सर्वांगसम त्रिभुज हैं। इन समकोण त्रिभुजों में पायथागोरियन ट्रिपलेट का प्रयोग करें।



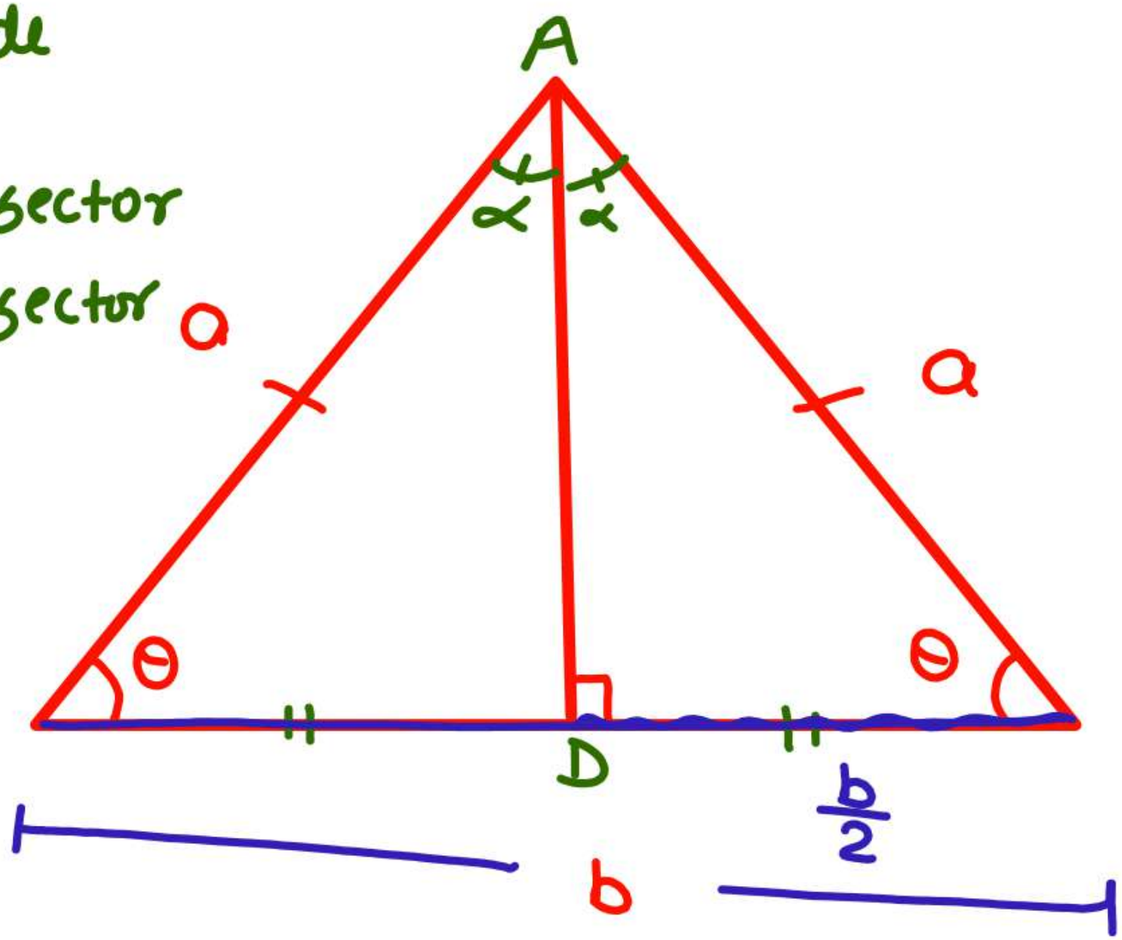
If AB = AC and BD = DC

$\Rightarrow \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

(vi) If a line (which joins the common vertex of two equal sides of a triangle) bisects the base then that line is perpendicular to the base and vice versa.

यदि एक रेखा (जो दो त्रिभुज की दो समान भुजाओं के उभयनिष्ठ शीर्ष को मिलाती है) आधार को समद्विभाजित करती है तो वह आधार पर लम्ब भी होती है।

AD → altitude
→ median
→ ⊥r bisector
→ angle bisector



$$AD = \sqrt{a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{4a^2 - b^2}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2}$$

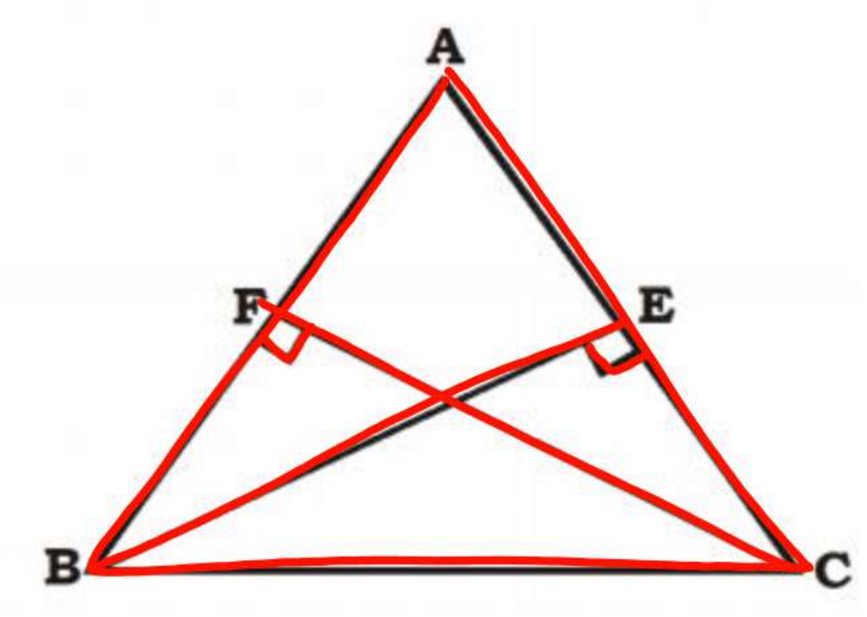
$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times b \times \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 - b^2}$$

$$= \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$$

(vii) If AB = AC and BE ⊥ AC and CF ⊥ AB

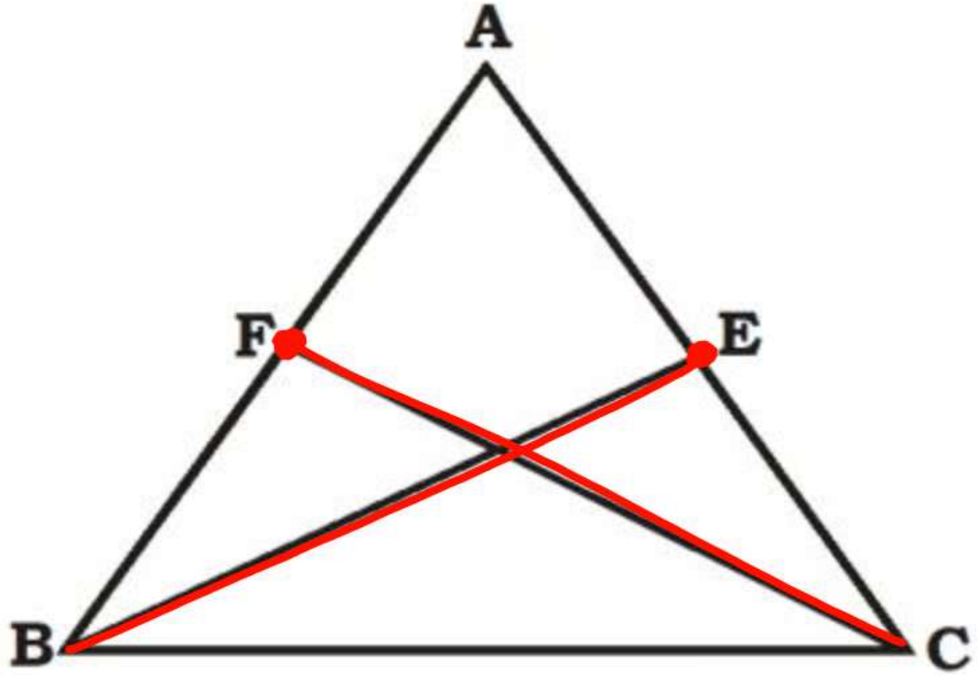
यदि AB = AC तथा BE ⊥ AC और CF ⊥ AB

$$\Rightarrow BE = CF$$

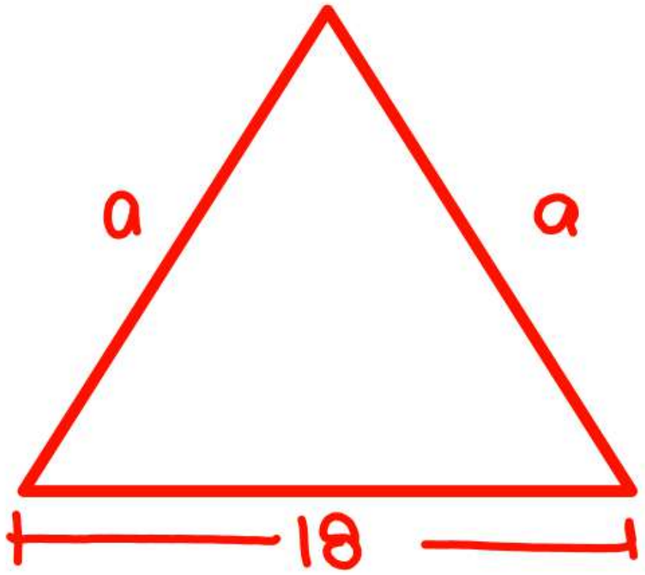


(viii) If AB = AC, E and F are the mid-points

यदि AB = AC, E तथा F मध्य बिन्दु हैं



BE = CF



45. The perimeter of an isosceles triangle is 50 cm. If the base is 18 cm, then find the length of the equal sides.

एक समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप 50 सेमी है। यदि इसका आधार 18 सेमी है, तो बराबर भुजाओं की लंबाई ज्ञात करें।

SSC CGL 07/03/2020 (Shift- 02)

(a) 18 cm
(b) 25 cm
(c) ~~16~~ cm
(d) 32 cm

$2a + 18 = 50$

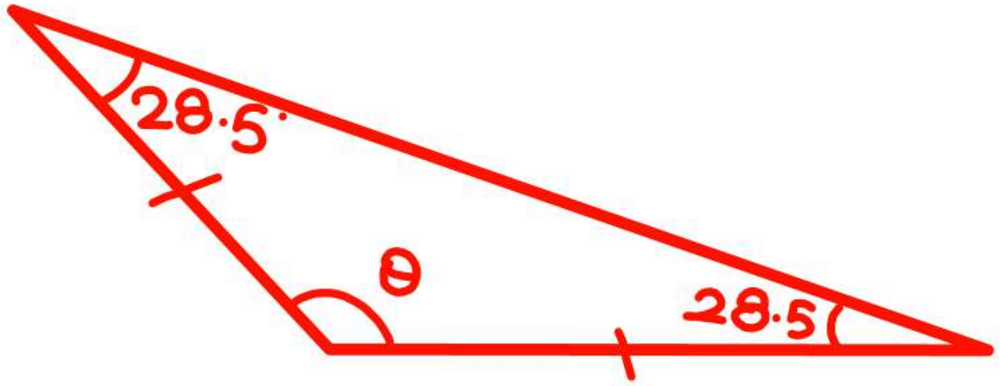
$2a = 32$ 16

46. One angle of an isosceles obtuse triangle is $28\frac{1}{2}°$. Find the measure of its obtuse angle in degrees.

एक समद्विबाहु त्रिभुज का एक कोण $28\frac{1}{2}°$ का है। इसके अधिक कोण का माप डिग्री में ज्ञात कीजिए।

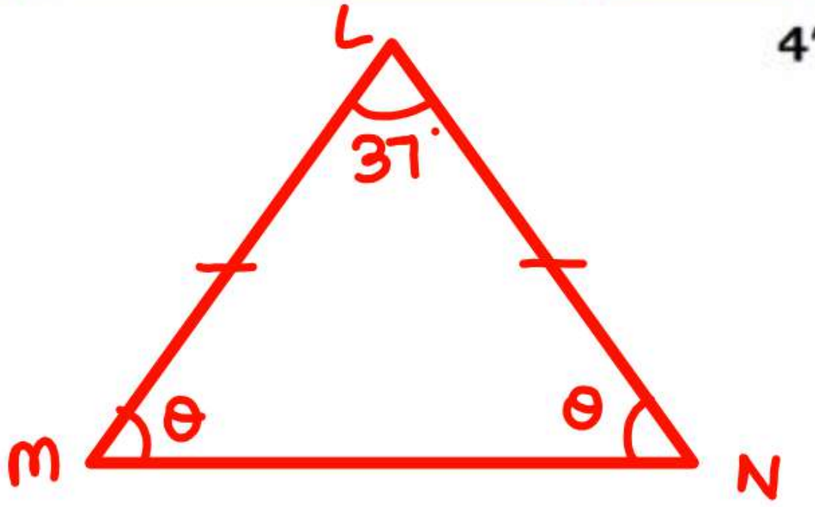
SSC CHSL 07/08/2023 (Shift-01)

(a) 132°
(b) 112°
(c) 121°
(d) 123°



θ + 57 = 180

θ = 123°



47. **In an isosceles ΔLMN, LM = LN, and ∠MLN = 37° Find ∠MNL.**

एक समद्विबाहु ΔLMN में, LM = LN और ∠MLN = 37° है। ∠MNL को ज्ञात कीजिए।

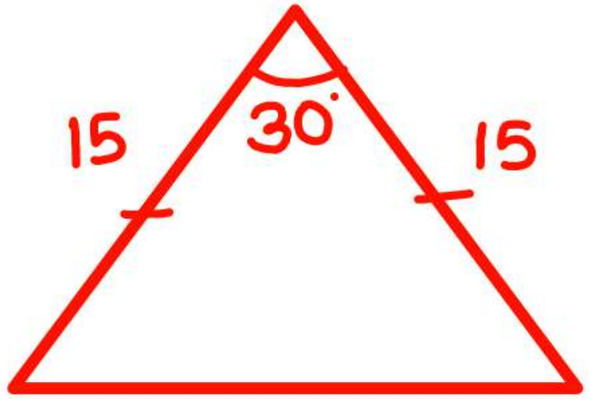
SSC Phase XII 26/06/2024 (Shift-02)

(a) 60.5°
(b) 70.0°
(c) 65.0°
(d) 71.5°

$37 + 2\theta = 180$

$\Rightarrow 2\theta = 143^\circ$

$\Rightarrow \theta = 71.5^\circ$



48. **If the length of each of the two equal sides of an isosceles triangle is 15 cm and the adjacent angle is 30°, then the area of the triangle is:**

यदि एक समद्विबाहु त्रिभुज की दो समान भुजाओं में से प्रत्येक की लंबाई 15 सेमी है और आसन्न कोण 30° है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

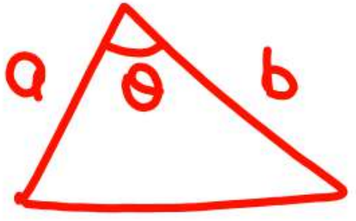
SSC Phase XII 20/06/2024 (Shift-01)

(a) 26.25 cm²
(b) 36.25 cm²
(c) 56.25 cm²
(d) 66.25 cm²

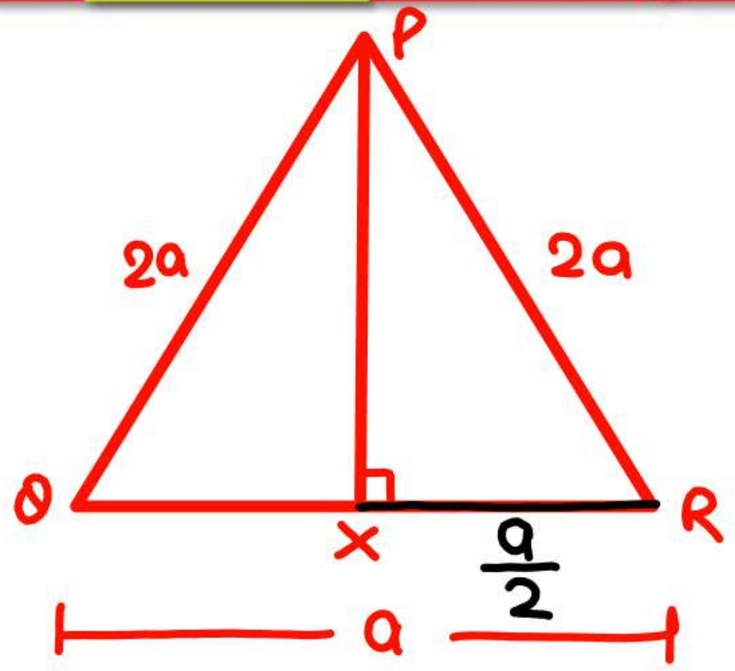
$\Delta = \frac{1}{2} \times 15 \times 15 \times \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 225 \times \frac{1}{2}$

$= 56.25$



$\Delta = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin\theta$



49. **ΔPQR is an isosceles triangle and PQ = PR = 2a unit, QR = a unit. Draw PX ⊥ QR, and find the length of PX.**

ΔPQR एक समद्विबाहु त्रिभुज है और PQ = PR = 2a इकाई, QR = a इकाई है। PX ⊥ QR खींचिए और PX की लंबाई ज्ञात कीजिए।

SSC CGL 06/12/2022 (Shift- 04)

(a) $\sqrt{5}a$

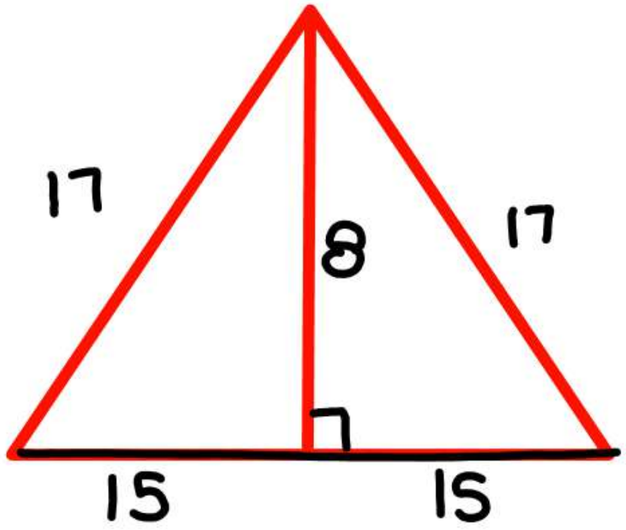
(b) $\frac{\sqrt{5}a}{2}$

(c) $\frac{\sqrt{10}a}{2}$

(d) $\frac{\sqrt{15}a}{2}$

$$PX = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{15}{4}a^2} = \frac{\sqrt{15}}{2}a$$



50. **The length of perpendicular dropped on the base on an isosceles triangle is 8 cm. If its perimeter is 64 cm, what is the area of this triangle?**

किसी समद्विबाहु त्रिभुज के आधार पर डाले गए लम्ब की लम्बाई 8 सेमी है। यदि इसका परिमाप 64 सेमी हो, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल क्या है?

(a) 120 cm^2 (b) 124 cm^2

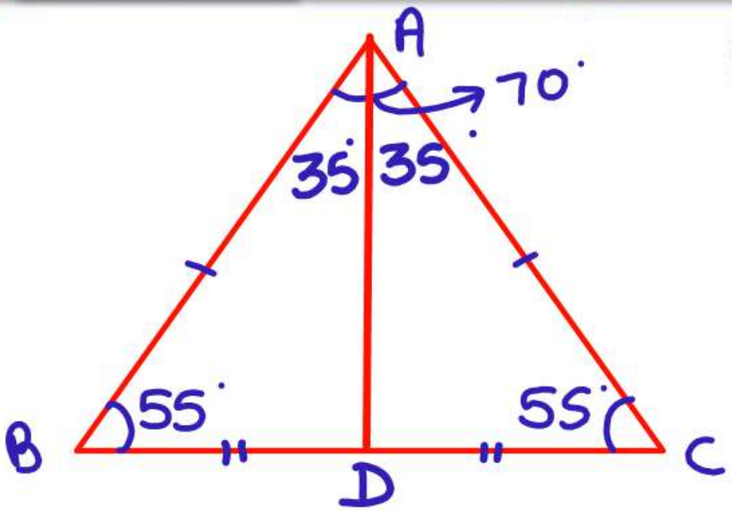
(c) 108 cm^2 (d) 96 cm^2

Area $= \frac{1}{2} \times 30 \times 8$

$= 120$

8, 6, 10

8, 15, 17



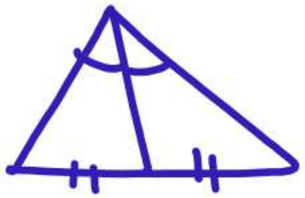
51. **ABC is an isosceles triangle such that AB = AC, ∠ABC = 55°, and AD is the median to the base BC. Find the measure of ∠BAD.**

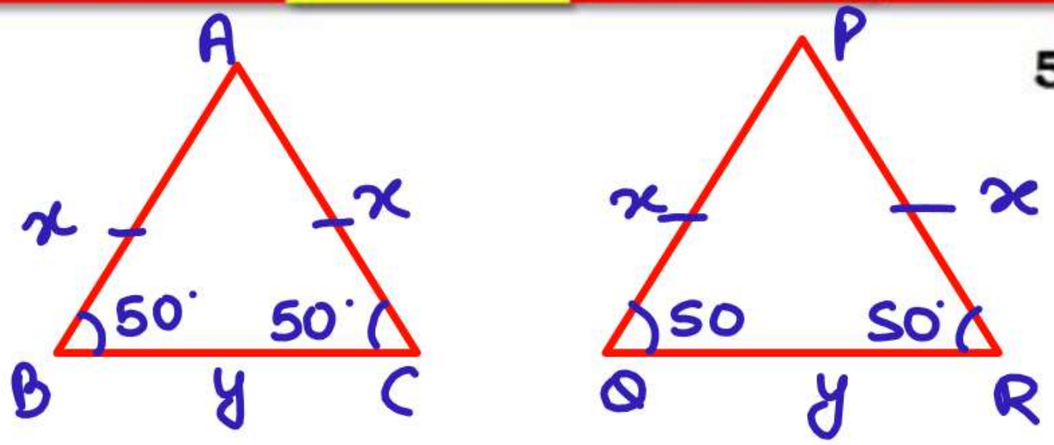
ABC एक समद्विबाहु त्रिभुज है और AB = AC, ∠ABC = 55°, और AD आधार BC की माध्यिका है। ∠BAD का माप ज्ञात कीजिए।

SSC CGL 09/12/2022 (Shift- 01)

(a) 50° **(b) 55°**

(c) 35° **(d) 90°**



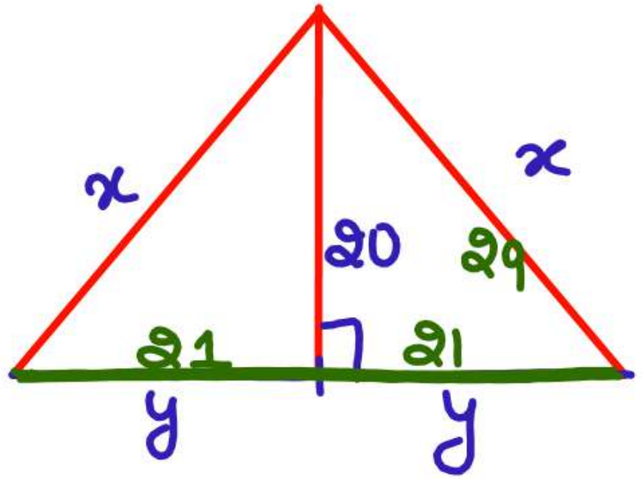


$\Delta ABC \cong \Delta PQR$

52. **If triangles ABC and PQR are both isosceles with AB = AC and PQ = PR, respectively, also AB = PQ and BC = QR and ∠B = 50°, then what is the measure of ∠R?**

यदि त्रिभुज **ABC** और **PQR** दोनों समद्विबाहु हैं, जिनमें क्रमशः **AB = AC** और **PQ = PR** है। इसके साथ ही **AB = PQ** और **BC = QR** है तथा **∠B = 50°** है, तो **∠R** की माप क्या है?

(a) 50°
(b) 80°
(c) 90°
(d) 60°



53. **If the height of an isosceles triangle is 20cm and the perimeter is 100cm. Find the area of the triangle?**

किसी समद्विबाहु त्रिभुज के ऊँचाई 20 सेमी हो और परिमाप 100 सेमी है। त्रिभुज की क्षेत्रफल ज्ञात करें।

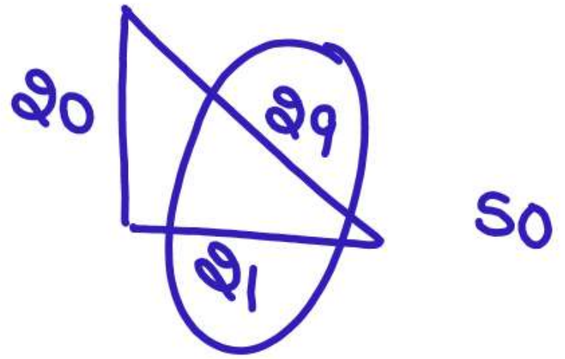
(a) 300 (b) 500

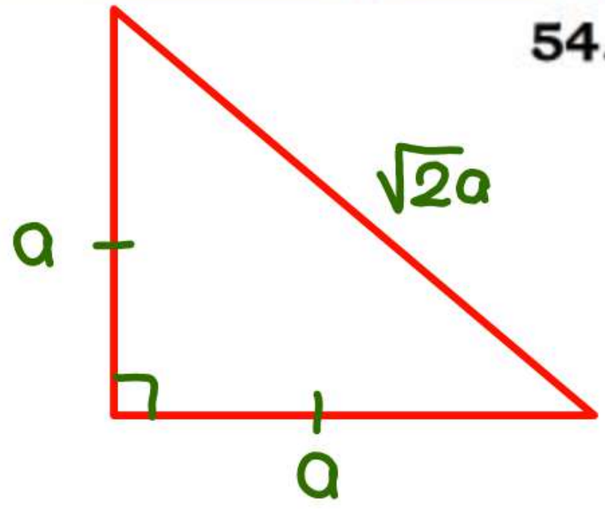
(c) 420 (d) 630

$2(x+y) = 100$ 50

$\text{area} = \frac{1}{2} \times 42 \times 20$ (10)

$= 420$





54. In an isosceles right-angled triangle, whose perimeter is 2p cm then find the area of triangle?

किसी समकोण समद्विबाहु त्रिभुज का परिमाप **2p** सेमी है तब त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा-

(a) $(3 + 2\sqrt{2})p\ cm^2$ **(b)** $(3 - 2\sqrt{2})p^2\ cm^2$

(c) $(2 - \sqrt{2})p\ cm^2$ **(d)** $(2 + \sqrt{2})p^2\ cm^2$

$2a + \sqrt{2}a = 2p$

$\Rightarrow a(2+\sqrt{2}) = 2p$

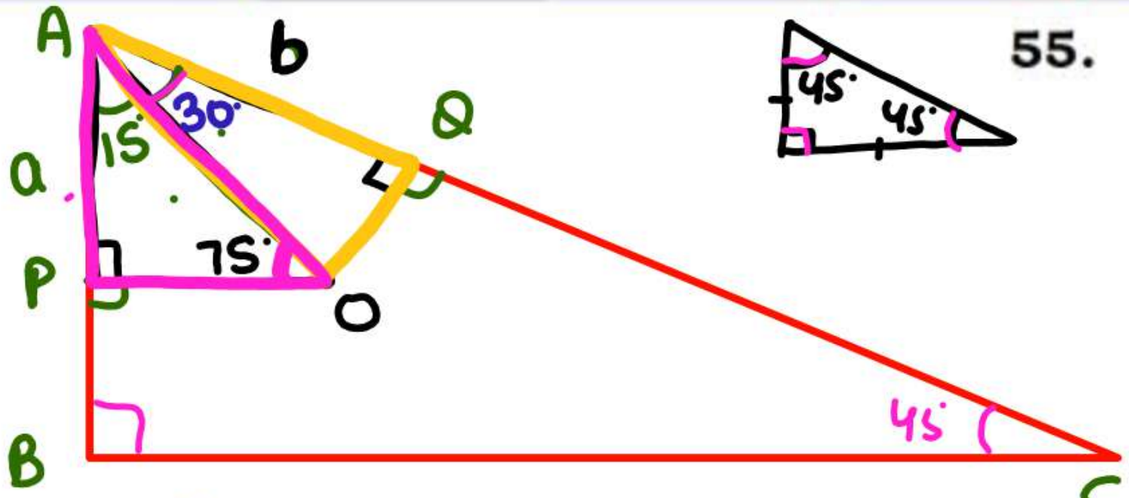
$\Rightarrow a = \frac{2p}{(2+\sqrt{2})}$

$\Rightarrow a = \frac{2p(2-\sqrt{2})}{2}$

$\text{Area} = \frac{1}{2} \times a \times a = \frac{1}{2} \times p^2 \times (2-\sqrt{2})^2$

$= \frac{1}{2} \times p^2 \times (4+2-4\sqrt{2})$

$= \frac{1}{2} \times p^2 \times 2(3-2\sqrt{2})$



55. **An isosceles ΔABC is right angled at B. O is a point inside the ΔABC. P and Q are the feet of the perpendiculars drawn from O on the side AB and AC respectively of ΔABC. If AP = *a* cm, AQ = *b* cm and ∠BAO = 15°, sin 75° = ?**

समद्विबाहु ΔABC में कोण B समकोण है। O, ΔABC के भीतर कोई बिन्दु है। P तथा Q क्रमशः भुजा AB और AC पर बिन्दु O से डाले गए लम्बों के पाद हैं। यदि AP = *a* सेमी, AQ = *b* सेमी और ∠BAO = 15° है, तो sin 75° = ?

(a) $\frac{2b}{\sqrt{3}a}$ (b) $\frac{a}{2b}$

(c) $\frac{\sqrt{3}a}{2b}$ (d) $\frac{2a}{\sqrt{3}b}$

In ΔAOQ

$\cos 30° = \frac{b}{AO}$

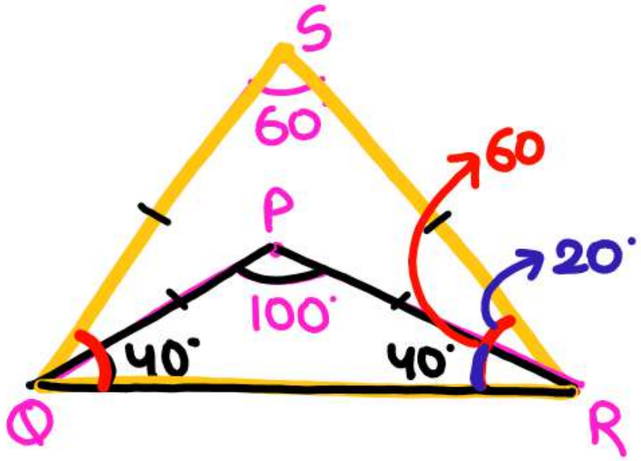
$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{b}{AO}$

$\Rightarrow AO = \frac{2b}{\sqrt{3}}$

$\sin 75° = \frac{a}{AO}$

$= \frac{a}{\frac{2b}{\sqrt{3}}}$

$= \frac{\sqrt{3}a}{2b}$



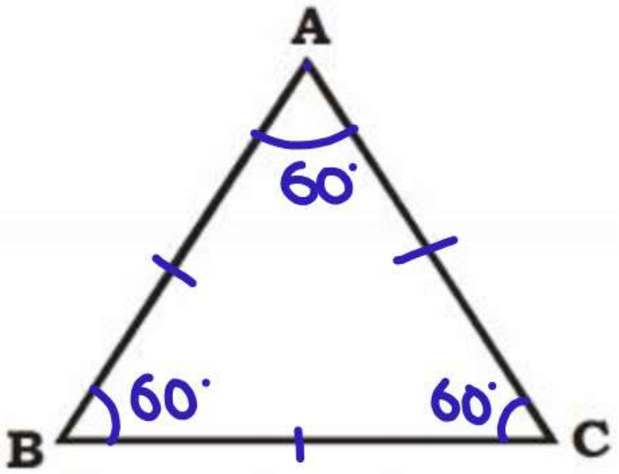
56. ΔPQR and ΔSQR are both isosceles triangles on a common base QR such that P and S lie on the same side of QR. If ∠QSR = 60° and QPR = ∠100°, then find ∠SRP.

ΔPQR और ΔSQR दोनों एक सामान आधार QR पर समद्विबाहु त्रिभुज इस प्रकार हैं, कि P और S, QR के एक ही तरफ स्थित हैं। यदि ∠QSR = 60° और QPR = ∠100° है, तो ∠SRP ज्ञात कीजिए।

SSC CHSL 03/08/2023 (Shift-01)

(a) 80°
(b) 60°
(c) 100°
(d) 20°

Equilateral Triangle / समबाहु त्रिभुज



If all the three sides of a triangle are equal in length, then the triangle is called an equilateral triangle.

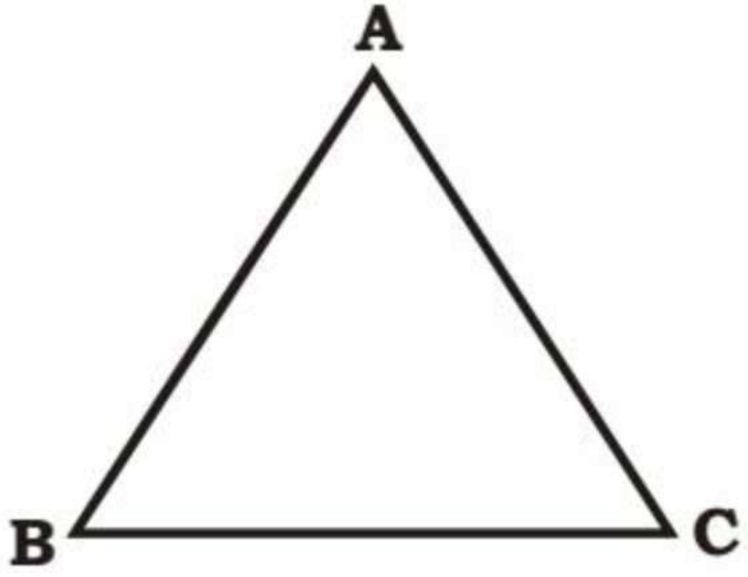
यदि किसी त्रिभुज की तीनों भुजाओं की लंबाई समान हो तो त्रिभुज समबाहु कहलाता है।

If AB = BC = AC, then ∆ABC is an equilateral triangle.

यदि **AB = BC = AC** हो, तो **∆ABC** समबाहु होगा।

Properties of an Equilateral Triangle

समबाहु त्रिभुज की विशेषताएं



Let ΔABC is an equilateral triangle in which

AB = BC = AC

माना **ΔABC** एक समबाहु त्रिभुज है जिसमें **AB = BC = AC**

(i) The length of all the three sides are equal,

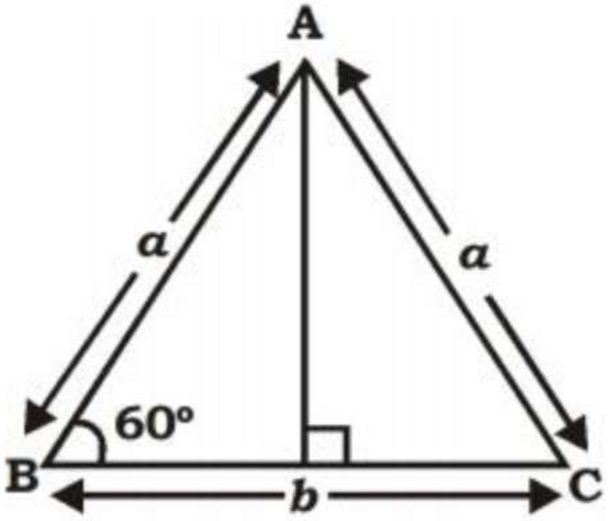
तीनों भुजाओं की लंबाई बराबर होती है।

i.e. AB = BC = AC

(ii) All the three angles will be equal and the value of each angle will be 60°

तीनों कोणों की माप बराबर होती है और प्रत्येक कोण का माप **60°** होता है।

i.e. ∠A = ∠B = ∠C



(iii) In an equilateral ΔABC,

समबाहु ΔABC में

(a) all the three medians are equal

तीनों माध्यिकाएँ बराबर होती है।

(b) all the three altitudes are equal

तीनों लंब बराबर होते हैं।

(c) each median = each altitude = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

प्रत्येक माध्यिका = प्रत्येक लम्ब = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

(iv) In equilateral ΔABC/समबाहु ΔABC में

The incentre, the circumcentre, the orthocentre and the centroid are the same point.

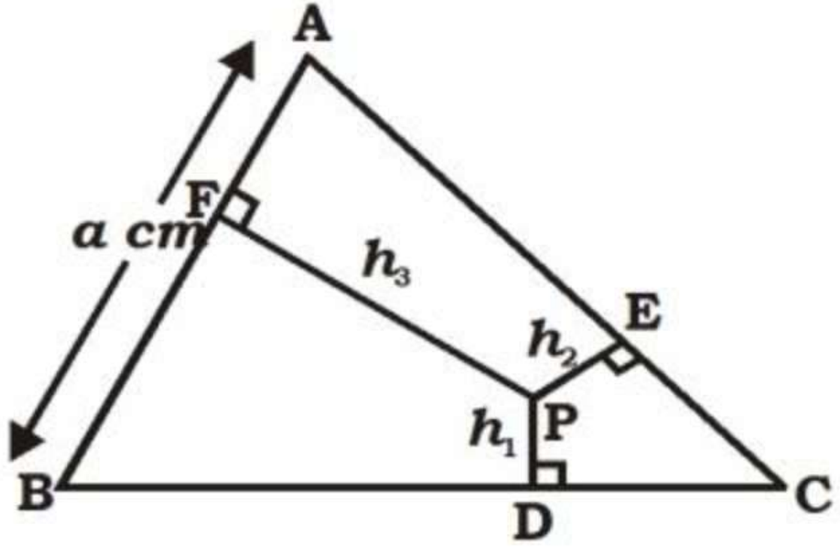
अंतः केन्द्र, बाह्य केन्द्र, लम्ब केन्द्र और केन्द्रक सभी एक ही बिन्दु पर होते हैं।

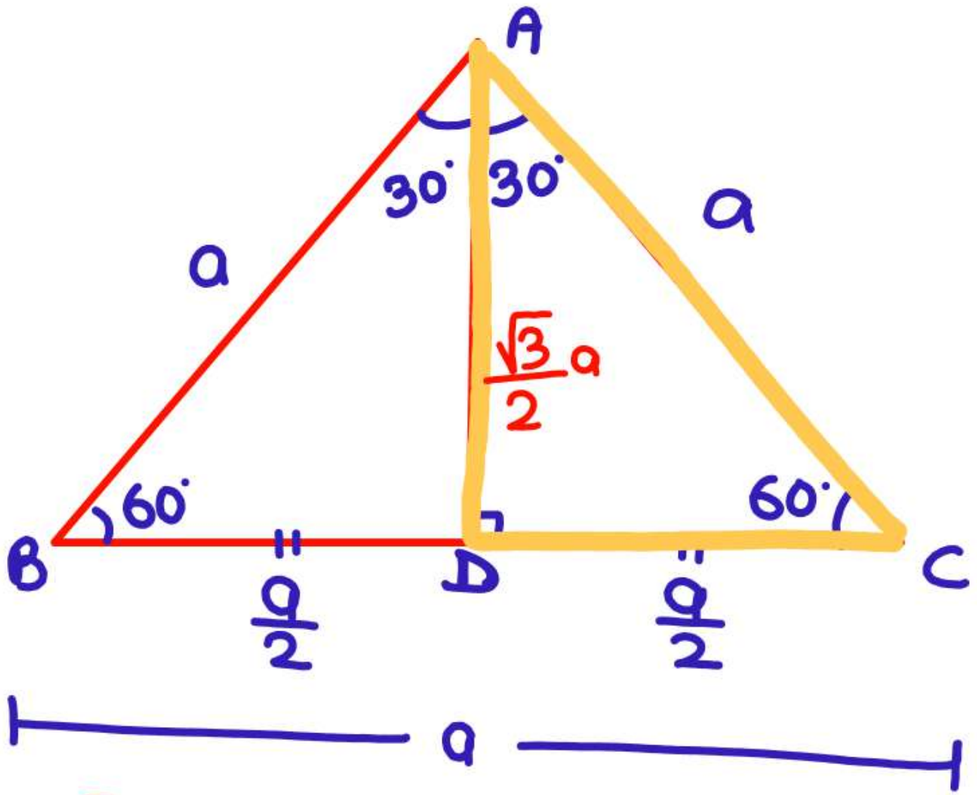
(v) **If altitudes of a triangle are equal, the triangle is an equilateral triangle.**

यदि किसी त्रिभुज के लम्ब बराबर हैं तो त्रिभुज समकोण होता है।

(vi) **If P is a point inside an equilateral triangle ABC, the sum of altitudes from the point P to the sides AB, BC and AC equal to the median of the ΔABC.**

यदि किसी समबाहु त्रिभुज **ABC** के अंदर **P** कोई बिन्दु है तो **P** से भुजा **AB, BC** और **AC** पर डाले गए लम्बों का योगफल **ΔABC** की माध्यिका के बराबर होता है।



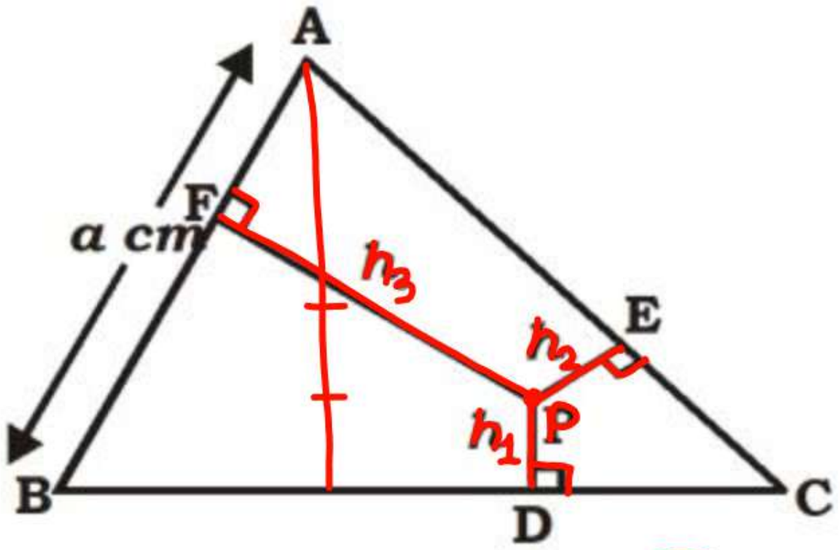


$$AD = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$



Let the altitudes from point P to side BC, AC and AB be h_1, h_2 and h_3 respectively and the side of the triangle be a, then

माना बिन्दु **P** से भुजाओं **BC, AC** और **AB** पर डाले गए लंब क्रमशः h_1, h_2 और h_3 हैं तथा त्रिभुज की भुजा **a** है, तो

$$h_1 + h_2 + h_3 = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$\sqrt{3}+2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

$\Rightarrow 8\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

$\Rightarrow 16=a$

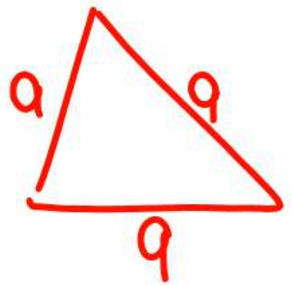
$\therefore P=3a=3\times16=48$

57. 'O' is a point in the interior of an equilateral triangle. The perpendicular distance from 'O' to the sides are $\sqrt{3}$ cm, $2\sqrt{3}$ cm, $5\sqrt{3}$ cm. The perimeter of the triangle is:

'O' एक समबाहु त्रिभुज के अभ्यंतर में एक बिन्दु है। 'O' से भुजाओं की लंबवत दूरी $\sqrt{3}$ cm, $2\sqrt{3}$ cm, $5\sqrt{3}$ cm है। त्रिभुज की परिमाप है।

SSC CGL 13/12/2022 (Shift- 04)

(a) 48 cm
(b) 32 cm
(c) 24 cm
(d) 64 cm



$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 3\sqrt{3}$

$a = 6$

$\therefore \text{Area} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 \times 6$

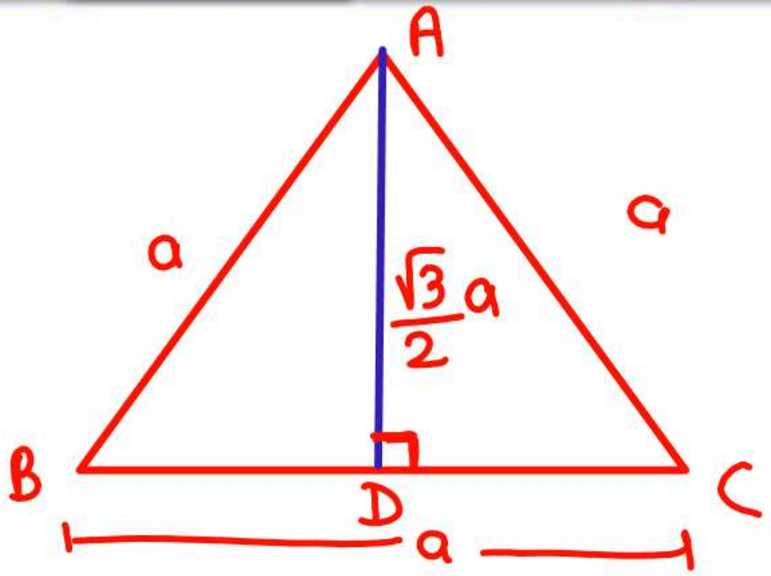
$= 9\sqrt{3}$

58. The altitude of an equilateral triangle is $3\sqrt{3}$ cm. Find its area.

एक समबाहु त्रिभुज की शीर्षलम्ब $3\sqrt{3}$ सेमी है। इसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

SSC CHSL 05/07/2024 (Shift- 04)

(a) 9 cm²
(b) 27 cm²
(c) $9\sqrt{3}$ cm²
(d) $3\sqrt{3}$ cm²



$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 4\sqrt{3}$

$a = 8$

$\therefore P = 3 \times 8 = 24$

59. **ΔABC is an equilateral triangle and AD ⊥ BC, where D lies in BC. If AD = $4\sqrt{3}$ cm, then what is the perimeter (in cm) of ΔABC?**

त्रिभुज ABC एक समबाहु त्रिभुज है तथा AD ⊥ BC है, जहाँ D, BC पर स्थित है। यदि AD = $4\sqrt{3}$ सेमी है तो त्रिभुज ABC का परिमाप (सेमी में) कितना होगा?

SSC CGL 03/03/2020 (Shift- 02)

(a) 27 **(b) 24**
(c) 30 **(d) 21**

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 36\sqrt{3}$

$\Rightarrow a^2 = 144$

$\Rightarrow a = 12$

$\therefore P = 3 \times 12 = 36$

60. If the area of an equilateral triangle is $36\sqrt{3}$ cm^2, then the perimeter of the triangle is :

यदि एक समबाह त्रिभुज का क्षेत्रफल $36\sqrt{3}$ वर्ग सेमी हो, तो इस त्रिभुज का परिमाप कितना होगा?

SSC CGL 06/03/2020 (Shift - 01)

(a) 12 cm

(b) $18\sqrt{3}$ cm

(c) 36 cm

(d) $36\sqrt{3}$ cm